ON

வெப்பவியல்

(பட்டப்படிப்பிற்குரியது)

[திருத்தப்பட்ட பாடத்திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்படுகிறது]

பிற்சேர்க்கை

ஆசிரியர்

கொ. நாச்சிமுத்து,

இயற்பியல் பேராசிரியர், அரசினர் கலைக் கல்லூரி,

சேலம்

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

வெப்பவியல்

(பட்டப்படிப்பிற்குரியது)

[திருத்தப்பட்ட பாடத்திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்படுகிறது]

பிற்சேர்க்கை

ஆசிரியர்

கோ. நாச்சிமுத்து,

இயற்பியல் பேராசிரியர், அரசினர் கலைக் கல்லூரி,

சேலம்.

தமிழ்நாட்டுப் பாடநூல் நிறுவனம்

Supplement—August, 1972

© Tamil Nadu Text Book Society

HEAT

K. NACHIMUTHU

Price Rs. 2-70

(Supplied free of cost when
original book is purchased)

'Published by the Tamil Nadu Text Book Society under the Centrally Sponsored Scheme of Production of books and literature in regional languages at the University level, of the Government of India in the Ministry of Education and Social Welfare (Department of Culture), New Delhi.'

Printed by
KUMARAN PRESS,
298, Mint Street,
Madras-1.

பொருளடக்கம்

			பக்கம்
1.	குண்டு கேலரிமீட்டர்	...	1
2.	நெர்ன்ஸ் வெற்றிடக் கேலரிமீட்டர்	...	5
3.	இயக்கக் கொள்கையில் வாயுக்களின் பாகு நிலைக்கு விளக்கம்	...	6
4.	அலையும் தட்டின் உதவியால் ஒரு திரவத்தின் பாகியல் எண்ணைக் காணல்	...	11
5.	சுற்றும் தட்டுமுறையில் ஒரு வாயுவின் பாகியல் எண்ணைக் காணல்	...	15
6.	காற்றை நன்னிலைப்படுத்தல்	...	19
7.	லம்மர் பிரிங்ஷீம் முறையில் வெப்ப எண்களின் தகவைக் காணல்	...	23
8.	மேக்ஸ்வெல்லின் வெப்ப இயக்கச் சமன் பாடுகள்	...	25
9.	வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகளின் பயன்கள்	...	32
10.	வெப்ப இயக்கவியலின் மூன்றாவது விதி	...	48
11.	கோளகக்கூடுகள்	...	49
12.	வியன் இடப்பெயர்ச்சி விதி	...	52
13.	ராலே - ஜீன்ஸ் விதி	...	60
14.	ப்ளான்கின் குவாண்டம் கொள்கை	...	68
15.	நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலைகள்	...	73
16.	வெப்பஎண் பற்றி டையின் தத்துவம்	...	74
17.	அளவீடுகளின் C.G.S. -M.K.S. அலகுகள்	...	79
18.	கேள்விகள்	...	80

1. குண்டு கேலரிமீட்டர்

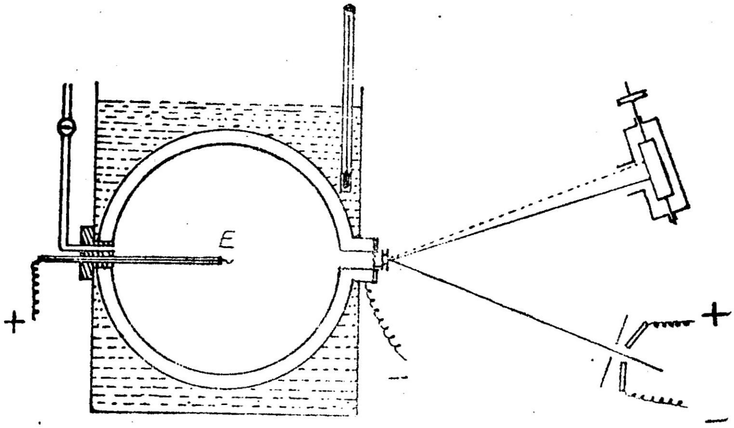
(Bomb Calorimeter)

கெட்டியான இரும்புக் கலன் ஒன்றில் வெடிப்பை ஏற்படுத்தி அதன் விளைவால் உண்டாகும் அழுத்தத்தை அளப்பதன்மூலம் வெப்பநிலை வேறுபாடுகளைக் கணக்கிட்டு வாயுக்களின் பருமன் மாறா வெப்ப எண்களைக் காணலாம் என்பதை முதலில் விளக்கிக் காட்டியவர் பைர் (Pier) என்பவராவார். இவ்வாறான முறையில் பயன்படுத்தப்படும் கேலரிமீட்டர் 'குண்டு கேலரிமீட்டர்' எனப் படுகிறது. இந்தக் கேலரிமீட்டர் பொதுவாக இரும்பால் செய்யப் பட்டதாகவும், கோளக வடிவை உடையதாகவும் இருக்கிறது. இதற்கு ஏற்பு வாய்க்குழாய் (inlet tube) ஒன்றும், நெளிவுள்ள (corrugated) இரும்புத் தட்டால் மூடப்பட்ட துவாரம் ஒன்றும் உள்ளன. நெளிவான இரும்புத் தட்டின்மேல் ஒரு சிறு சமதள ஆடித்துண்டு பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது.

ஓர் ஒளிமூலத்திலிருந்து வரும் ஒளிக்கற்றை ஆடியால் எதிரொளிக்கப்பட்டு, சுற்றும் உருளை ஒன்றின்மீது பொருத்தப் பட்டுள்ள ஒளிப்படத் தட்டின்மேல் விழுமாறு அமைப்பு இருக் கிறது. அழுத்தம் மாறும்பொழுது நெளிதட்டில் வளைவு ஏற்பட்டு ஆடியின் நிலைமாறுதலால் எதிரொளிக்கப்பட்ட ஒளிக் கற்றையின் நிலையும் மாறும். கேலரிமீட்டரினுள் E என்ற ஒரு மின் முனை பொருத்தப்பட்டிருக்கிறது. கேலரிமீட்டர் ஒரு நீர்த் தொட்டிக்குள் வைக்கப்பட்டிருக்கிறது.

கேலரிமீட்டரில் கொடுக்கப்பட்ட வாயுவும், வெடிப்பை உண் டாக்குவதற்குத் தேவையான எரிவாயுக்களின் கலவையும் எடுத்துக்கொள்ளப்படுகின்றன. வாயுக்களின் தொடக்க வெப்ப நிலை நீர்த்தொட்டியின் வெப்பநிலையாகவே அமையும். எனவே, இதனை அளந்து θ_1 எனக் குறித்துக்கொள்ளவேண்டும். கேலரி மீட்டரில் மின் பொரியை ஏற்படுத்தி வெடிப்பை உண்டாக்க

வேண்டும். இதனுல் வெப்பநிலை உயர்ந்து அழுத்தம் அதிக மாகும். இதன் காரணமாக ஒளிப்படத் தட்டின்மீது படும் ஒளிக்கற்றையின் நிலை மாறும். ஒளிப்படத் தட்டின் உதவியால்



படம் A-1.

எதிரொளிப்பு ஒளிக்கற்றையின் தொடக்க நிலையையும், வெடிப்பை அடுத்து ஏற்படும் நிலையையும் தெரிந்துகொள்ளலாம்.

தெரிந்த நிலையான அழுத்தங்களைக் கேலரிமீட்டரில் அமைத்து, எதிரொளிப்புக் கற்றையில் ஏற்படும் விலக்கங்களைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும். அழுத்தத்தையும் விலக்கத்தையும் தொடர்பு படுத்தும் வரைபடத்தின் உதவியால் சோதனையின் தொடக்க, இறுதி அழுத்தங்களைத் தெரிந்துகொள்ளலாம். அவை முறையே P_1, P_2 என்க. வெடித்தல் விரைவில் ஏற்படுவதால், வெடித்தலை அடுத்த கணத்தில் வெடித்தலில் ஏற்பட்ட வெப்பம் முழுவதையும் வாயுக்கள் மாத்திரம் எடுத்துக்கொண்டன என்றும், கேலரி மீட்டரோ, நீர்த்தொட்டியோ வெப்பத்தை எடுத்துக்கொண்டிருக்க முடியாது என்றும் பாவிக்கலாம். எனவே, கேலரிமீட்டரின் பரும அளவும் வேறுபடவில்லை எனக் கொள்ளலாம். இதன் அடிப் படையில் வாயுக்களின் இறுதி வெப்பநிலையைக் கணக்கிடமுடியும். இவ்வாறு கணக்கீடு செய்யும்பொழுது வெடித்தலினுல் மூலக்கூறு களின் எண்ணிக்கை மாறுபடுகிறது என்பதையும், அதனுலும் அழுத்தம் மாறுபடுகிறது என்பதையும் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். வெடித்தலுக்குமுன் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை N_1 எனவும், வெடித்தலுக்குப்பின் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை

N_2 எனவும் கொள்வோம். P_2 என்ற இறுதி அழுத்தம் N_2 மூலக் கூறுகளைப் பொறுத்ததாகும். எனவே மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை மாருமல் N_1 ஆகவே இந்திருக்குமாளுல், ஏற்பட்டிருக்கக் கூடிய இறுதி அழுத்தம் $= N_1 P_2 / N_2$.

எனவே இறுதி வெப்பநிலை θ_2 எனில்,

சார்லஸ் விதிப்படி

$$(N_1 P_2 / N_2): \quad P_1 = (273 + \theta_2) : (273 + \theta_1)$$

அதாவது $$\frac{N_1 P_2}{N_1 P_2} = \frac{273 + \theta_2}{273 + \theta_1}$$

எனவே $$\frac{P_2/P_1}{N_2/N_1} = \frac{273 + \theta_2}{273 + \theta_1}$$

$P_2/P_1 = P$ எனவும், $N_2 / N_1 = e$ எனவும்

கொள்வோமாளுல்,

$$\frac{P}{e} = \frac{273 + \theta_2}{273 + \theta_1}$$

$$\therefore \quad \theta_2 = (273 + \theta_1) \frac{P}{e} - 273$$

$$\therefore \quad \theta_2 - \theta_1 = (273 + \theta_1) \frac{P}{e} - 273 - \theta_1$$

$$= (273 + \theta_1) \frac{P}{e} - (273 + \theta_1)$$

$$= (273 + \theta_1) \left(\frac{P}{e} - 1 \right)$$

எனவே, $(\theta_2 - \theta_1)$-ன் மதிப்பைக் காணமுடியும். எடுத்துக் கொண்ட வாயுவின் நிறை m_1 எனவும், எரிவாயு-ஆக்ஸிஜன் கலவையின் நிறை m_2 எனவும், வாயுவின் பருமன் மாரு வெப்ப எண், எரிகலவையின் பருமன் மாரு வெப்ப எண் ஆகியவை முறையே C_1, C_2 எனவும் கொள்வோமாளுல், வாயு எரிகலவை இவற்ருல் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்ட மொத்த வெப்பம்

$$= m_1 C_1 (\theta_2 - \theta_1) + m_2 C_1 (\theta_2 - \theta_1)$$

வெப்பம் வேதியல் புள்ளிகளிலிருந்து கலவையின் ஒவ்வொரு அலகு நிறைக்கும் வெடித்தல் வினையினுல் θ_2 வெப்பநிலையில் எவ்வளவு வெப்பம் வெளியிடப்படுகிறது எனத் தெரியவரும். இதன் மதிப்பு H எனில்,

$$(m_1 C_1 + m_2 C_2)(\theta_2 - \theta_1) = m_2 H.$$

இதில் C_1, C_2 ஆகியவை தெரியாதவை. இரு வெவ்வேறு நிறைகளுள்ள எரிகலவைகளைக் கொண்டு சோதனை நடத்துவதன் மூலம் இரு சமன்பாடுகளைப் பெறலாம். இவற்றிலிருந்து C_1, C_2 ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் காணமுடியும்.

இந்தச் சோதனையில் சுற்றுப்புறத்துக்கு வெப்பம் செல்வதனுல் ஏற்படும் வெப்ப இழப்புக்கும், எரிகலவை முழுவதும் எரியாமல் போவதற்கும், வாயுவில் ஏற்படும் இயல்பான பிணைப்புப்பிரிவு (dissociation)-க்கும் திருத்தம் செய்யப்படல் வேண்டும். இம் முறையில் கிடைக்கும் C_1-ன் மதிப்பு, $(\theta_2 - \theta_1)$ வெப்பநிலை நெடுக்கத்தில் வாயுவிற்கு உள்ள பருமன் மாரு வெப்ப எண்ணின் சராசரி மதிப்பு என்பதைக் குறிப்பிடவேண்டும்.

2. நெர்ன்ஸ் வெற்றிடக் கேலரிமீட்டர்

(Nernst Vacuum Calorimeter)

குறிப்பு: வெப்பவியல் பக்கம் 82-ல் கூறப்பட்டுள்ள மின்சார முறை என்பதே நெர்ன்ஸ் வெற்றிடக் கேலரிமீட்டர் முறையாகும்.

3. இயக்கக்கொள்கையில் வாயுக்களின் பாகுநிலைக்கு விளக்கம்

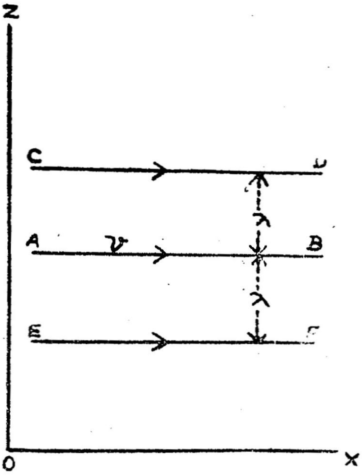
(Explanation for Viscosity of gases on Kinetic Theory)

ஒரு திடப்பொருளின் கிடைமட்டத் தளத்தின்மேல் ஒரு வாயு நகர்ந்து செல்வதாகப் பாவிப்போம். திடப்பொருளின் தளத்தை ஒட்டிய வாயுவின் படலம் (layer) நகராமல் இருக்கும். ஆனால், அந்தப் படலத்திலிருந்து தொலைவு அதிகமாகும்பொழுது, நகருதலின் திசைவேகம் அதிகமாகும். இந்தச் திசைவேகம் மூலக்கூறுகளின் இயக்கத் திசைவேகத்துடன் ஒப்பிடும்பொழுது மிகச் சிறியது ஆகும். நகரும் திசை X அச்சுக்கு இணையானது எனவும், கிடைமட்டம் X–y தளத்துக்கு இணையானது எனவும் கொள்வோமானல், இந்தத் தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசை Z அச்சுக்கு இணையானதாகும். AB என்பது ஒரு கிடைமட்டத் தளத்தைக் குறிப்பதாகவும், அந்தத் தளத்தில் வாயுவின் நகர்தல் திசைவேகம் v எனவும் கொள்வோம்.

வாயுவின் வெவ்வேறு படலங்கள் வெவ்வேறு திசைவேகங்களுடன் நகரும்பொழுது வாயு மூலக்கூறுகள் எல்லாத் திசைகளிலும் சென்று மோதிக்கொள்கின்றன. ஒரு கன சதுர செ. மீ. பருமனில் உள்ள மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை n எனில், இவற்றில் மூன்றில் ஒரு பாகம் Z அச்சுக்கு இணையாகச் செல்கின்றன எனக் கொள்ளலாம். இதிலும் பாதி Z அச்சின் மேல் நோக்கிய திசையிலும், மற்றப்பாதி அதன் கீழ்நோக்கிய திசையிலும் செல்கின்றன எனலாம். எனவே AB-ன் ஓரலகுக் குறுக்குப் பரப்பு வழியாக 1 விநாடியில் மேல் நோக்கிச் செல்லும் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கை $= \frac{1}{6} n \bar{c}$. இங்கு $\bar{c}$ என்பது மூலக்கூறுகளின் சராசரித் திசைவேகம் ஆகும்.

அதே காலத்தில் அப் பரப்பு வழியாகக் கீழ்நோக்கிச் செல்லும் மூலக்கூறுகளின் எண்ணிக்கையும் $\frac{1}{6} n \bar{c}$ ஆகும்.

வாயு நகருவதால் மூலக்கூறுகளின் இயக்கத் திசைவேகத்துடன் நகர்தல் திசைவேகம் பொருந்தி இருக்கும். ஆனால் இந்த நகர்தல் திசைவேகம் அடுக்குக்கு அடுக்கு மாறுபடும். சராசரி மோதலிடைத் தூரம் λ எனில், அடுத்தடுத்துள்ள இரு மோதல்களால் ஒரு குறிப்பிட்ட அடுக்கில் உள்ள நகர்தல் திசை வேகம்



படம் A-2.

அதற்கு λ தொலைவிலுள்ள அடுக்குக்கு மாற்றப்படும். AB-க்கு மேலே λ தொலைவில் உள்ள CD என்ற அடுக்கையும், AB-க்குக் கீழே λ தொலைவில் உள்ள EF என்ற அடுக்கையும் கவனிப்போம். இவற்றில் உள்ள வாயுவின் நகர்தல் திசைவேகங்கள் முறையே

$$\left(v + \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

$$\left(v + \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

என ஆகும்.

CD-ல் ஏற்பட்ட மோதலுக்குப் பிறகு AB-ல் நடக்கும் மோதலில் CD-ன் நகர்தல் திசைவேகம் AB-க்குச் சற்றே கீழுள்ள

மூலக்கூறுகளுக்கு மாற்றப்படுகிறது. இவ்வாறே EF–ல் ஏற்பட்ட மோதலுக்குப் பிறகு AB-ல் நடக்கும் மோதலினால் EF-ன் நகர்தல் திசைவேகம் AB-க்குச் சற்றே மேலுள்ள மூலக்கூறுகளுக்கு மாற்றப்படுகிறது.

எனவே ஓரலகுப் பரப்பு வழியாகக் கீழ்நோக்கிச் செல்லும் மூலக்கூறுகளினால் AB–க்குச் சற்றே கீழுள்ள மூலக்கூறுகளுக்கு ஒரு வினாடியில் மாற்றப்படும் X அச்சுக்கு இணையான உந்தம்

$$= \frac{n\bar{c}}{6} m \left(v + \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

(இங்கு m என்பது மூலக்கூறின் நிறை). இவ்வாறே ஓரலகுப் பரப்பு வழியாக மேல் நோக்கிச்செல்லும் மூலக்கூறுகளினால் AB–க்குச் சற்றே மேலுள்ள மூலக்கூறுகளுக்கு ஒரு வினாடியில் மாற்றப்படும் X அச்சுக்கு இணையான உந்தம்

$$= \frac{n\bar{c}}{6} m \left(v - \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

எனவே, AB தளத்தின் ஓரலகுப் பரப்பில் ஏற்படும் மோதல்களால் $ABCD$ பகுதிக்கு ஒரு வினாடியில் ஏற்படும் நிகர உந்த இழப்பு

$$= \frac{n\bar{c}}{6} m \left(v + \lambda \frac{dv}{dz} \right) - \frac{n\bar{c}}{6} m \left(v + \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

$$= \frac{n\bar{c}}{6} m \left(2 \lambda \frac{dv}{dz} \right)$$

$$= \frac{1}{3} n m \bar{c} \lambda \frac{dv}{dz}$$

$$= \frac{1}{3} \rho \bar{c} \lambda \frac{dv}{dz} \quad (\text{இங்கு } \rho = n m = \text{அடர்த்தி})$$

இவ்வாறே $ABEF$ பகுதிக்கு ஓரலகுப் பரப்பு வழியாக ஒரு வினாடியில் கிடைக்கும் உந்த ஏற்பு

$$= \frac{1}{3} \rho \bar{c} \lambda \frac{dv}{dz}$$

இதன் காரணமாக $ABEF$ பகுதி $ABCD$ பகுதியைப் பின் இழுப்பது போலவும், $ABCD$ பகுதி $ABEF$ பகுதியை முன் இழுப்பது

போலவும் தோன்றும். இவ்வாறு இவற்றினிடையே ஓரலகுப் பரப்பில் செயற்படும் விசை

$= F =$ உந்தம் மாறும் வீதம்

$$= \frac{1}{3}\rho\,\bar{c}\,\lambda\,\frac{dv}{dz} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (1)$$

பாகுநிலை இயல்படி η என்பது வாயுவின் பாகியல் எண் (coefficient of viscosity) எனில், ஓரலகுக் குறுக்குப் பரப்பில் செயற்படுத்தப் படும் விசை

$$= F = \eta\,\frac{dv}{dz} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2)$$

எனவே (1), (2) சமன்பாடுகளிலிருந்து

$$\eta\,\frac{dv}{dz} = \frac{1}{3}\rho\,\bar{c}\,\lambda\,\frac{dv}{dz}$$

அதாவது $\eta = \frac{1}{3}\rho\,\bar{c}\,\lambda$

ஆனால் மூலக்கூறின் விட்டம் $= \sigma$ எனில், 'வெப்பவியல்' 145ஆம் பக்கத்தில் காட்டியபடி,

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}$$

எனவே $\eta = \frac{1}{3}\rho\,\bar{c}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}$

$$= \frac{n\,m\,\bar{c}}{3\sqrt{2}\,\pi\sigma^2 n}$$

$$= \frac{m\,\bar{c}}{3\sqrt{2}\,\pi\sigma^2}$$

இதில் m, σ ஆகியவை மாறிலிகள். ஆனால், $\bar{c}$ வெப்பநிலையைப் பொறுத்து மாறக்கூடியது. எனவே η-ன் மதிப்பு வெப்பநிலையைப் பொறுத்து மாறும். இது பொதுவாக அழுத்தத்தைப் பொறுத்து மாறுவதில்லை. ஆனால் மிகக் குறைந்த அழுத்தத்தில் இது

அழுத்தத்தைப் பொறுத்து மாறுகிறது. ஏனெனில், பொதுவாக அழுத்தம் குறையும்பொழுது (அதாவது n குறையும்பொழுது) λ-ன் மதிப்பு அதிகமானாலும், λ-ன் மதிப்பு கொள்கலத்தின் அளவை அடைந்ததும் மாருமல் இருப்பது தெரியும். இந்நிலையில் மூலக்கூறுகள் கொள்கலத்தின் சுவர்களில் நேரிடையாக மோதிக் கொள்கின்றன என்பதை இது குறிக்கும். எனவே, இந்த நிலையில் η-ன் மதிப்பு ρ-க்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும்; அதாவது அழுத்தத்திற்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். அழுத்தம் குறையும் பொழுது η-ன் மதிப்பும் குறையும்.

4. அலையும் தட்டின் உதவியால் ஒரு திரவத்தின் பாகியல் எண்ணைக்காணல்

(Oscillating disc)

ஒரு வட்டத்தட்டு முறுக்குக் கம்பி ஒன்றினால் தொங்கவிடப் பட்டுக் காற்றில் அலையும்போதும், பின்னர் திரவத்தில் அலையும் போதும் அதன் வீச்சில் ஏற்படும் மடக்கை வகைக்குறை மானங் களை (Logarithmic decrement) அளப்பதன்மூலம் திரவத்தின் பாகியல் எண்ணைக் காணலாம் என்று மேயர் (Mayer) விளக்கிக் கீழ்க்கண்ட சமன்பாட்டைத் தருவித்தார் :

$$\eta = \frac{16\, I^2}{\pi\, \rho\, T\, (r^4 + 2r^3 d)^2} \left\{ \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\pi} \right) + \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\pi} \right)^2 \right\}^2$$

இங்கு η என்பது திரவத்தின் பாகியல் எண்

I = தட்டின் நிலைமத்திருப்பு திறன் (Moment of Inertia)

ρ = திரவத்தின் அடர்த்தி

T = காற்றில் தட்டின் அலைவு நேரம்

r = தட்டின் ஆரம்

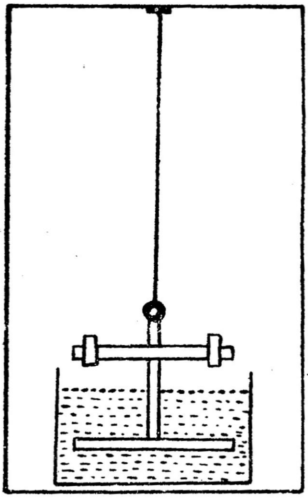
d = தட்டின் தடிப்பு

λ = திரவத்தில் வீச்சின் மடக்கை வகைக் குறைமானம்

λ_0 = காற்றில் வீச்சின் மடக்கை வகைக் குறைமானம்

இச் சோதனைக்கான தட்டு பொதுவாக பாஸ்பர் வெண்கலக் கம்பியால் (Phosphor bronze wire) தொங்கவிடப்படுகிறது. தட்

டுடன் இணைந்தவாறு ஒரு சிறு தண்டும், அந்தத் தண்டுக்குக் குறுக்காக ஒரு சட்டமும் உள்ளது. சட்டத்தின் மேல் முனைகளிலுள்ள திருகு மறைகள் வழியாக நகரக்கூடியவாருன இரு நிறைகள் பொருத்தி வைக்கப்படுகின்றன. அவற்றைச் சரிசெய்வதன்மூலம் தட்டைக் கிடைமட்டத்தில் இருக்கச் செய்யலாம். தட்டுடன் இணைந்த தண்டின்மேல் பொருத்தப்பட்ட ஒரு சிறு குழி ஆடி ஓர் ஒளி மூலத்திலிருந்து வரும் ஒளிக்கற்றையை எதிரொளித்துக் கிடையாயுள்ள ஓர் அளவுகோலின்மேல் விழுமாறு செய்கிறது. ஒளிப்பொட்டு நடுநிலையைத் தாண்டிச் சென்றது முதல் மீண்டும் அந் நிலையை அதே திசையில் தாண்டும் வரை எடுத்துக் கொள்ளப்படும் காலமே அலைவு நேரமாகும். பொதுவாக 50 அலைவுகளுக்கான காலத்தை அளந்து அதிலிருந்து அலைவு நேரம் கணக்கிடப்படுகிறது. இதன் மதிப்பு T என்க.



படம் A-3.

இப்பொழுது தட்டின் மீது m நிறையும், a ஆரமுள்ள ஒரு கம்பி வளையத்தை ஓரச்சாக இருக்குமாறு வைத்து மீண்டும் அலைவு நேரத்தைக் காணவேண்டும். இதன் மதிப்பு T_1 என்க. தட்டு, தண்டு, சட்டம் ஆகியவற்றின் கூட்டு நிலைமத் திருப்பு திறன் I எனவும், முறுக்குக் கம்பியின் ஓரலகு முறுக்கின் பொழுது ஏற்படும் மீட்சியில் இரட்டை C எனவும் கொள்வோமாளுல்,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{C}}$$

$$\therefore \quad T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{C}$$

$$T_1^2 = 4\pi^2 \left(\frac{I + ma^2}{C}\right)$$

$$\therefore \quad \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{I + ma^2}{I} = 1 + \frac{ma^2}{I}$$

$$\therefore \quad \frac{T_1^2 - T^2}{T^2} = \frac{ma^2}{I}$$

$$\therefore \quad I = ma^2 \left(\frac{T^2}{T_1^2 - T^2}\right)$$

எனவே I–ன் மதிப்பைக் கணக்கிட்டுக் கொள்ளலாம்.

இப்பொழுது மடக்கை வகைத் தத்துவப்படி

$$\theta = \theta_0 e^{-\frac{kt}{2}} \cos wt$$

(இங்கு θ என்பது t விநாடியில் ஏற்படும் கோண இடப்பெயர்ச்சி; θ_0 என்பது தொடக்கக் கோண வீச்சு; k என்பது திசை வேகத்தையும் நிலைமத் திருப்பு திறனையும் பொறுத்த ஒரு மாறிலி.)

$$w = \frac{2\pi}{T}.$$

இப்பொழுது

$t = 0, \frac{T}{2}, \frac{2T}{2}, \frac{3T}{2}$ .... என்ற காலங்களில் உள்ள வீச்சுகளின் மதிப்புகளை முறையே $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$......... என்பவற்றால் குறிப்பிடுவோமானால்,

$$\theta_1 = \theta_0$$

$$\theta^2 = \theta_0 e^{-kT/4} \cos \pi = -\theta_0 e^{-kT/4}$$

$$\theta_3 = \theta_0 e^{-2kT/4} \cos 2\pi = \theta_0 e^{-2kT/4}$$

$$\theta_4 = \theta_0 e^{-3kT/4} \cos \pi = -\theta_0 e^{-3kT/4}$$

θ_2, θ_4 முதலியவற்றில் கிடைக்கும் எதிர்குறிகள், θ_1, θ_3 முதலியவற்றின் திசைக்கு எதிர்திசையில் உள்ளன என்பதைக் காட்டுவதாகும். அடுத்தடுத்து உள்ள வீச்சுகளின் எண் மதிப்புகளை மட்டும் கவனிப்போமானால்,

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \frac{\theta_3}{\theta_4} = \dots = e^{KT/4} = \text{மாறிலி}$$

இதனை e^{λ} என்பதால் குறிப்பிடுவோமானால், λ என்னும் மாறிலியே மடக்கை வகைக் குறைமானம் எனப்படுகிறது.

$$e^{\lambda} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \ldots$$

$$\therefore \quad e^{\lambda} \times e^{\lambda} = e^{2\lambda} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \times \frac{\theta_2}{\theta_3} = \frac{\theta_1}{\theta_3}$$

இவ்வாறே $e^{4\lambda} = \frac{\theta_1}{\theta_5}$

பொதுவாக $e^{2n\lambda} = \frac{\theta_1}{\theta_{2n+1}}$

எனவே, $2n\lambda = \log_e \left(\frac{\theta_1}{\theta_{2n+1}}\right)$

$$= 2.303 \log_{10} \left(\frac{\theta_1}{\theta_{2n+1}}\right)$$

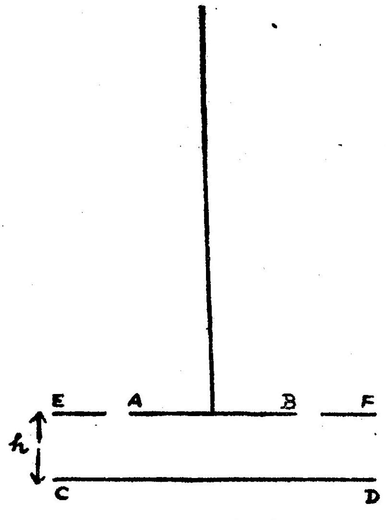
இதிலிருந்து λ-ன் மதிப்பைக் கணக்கிட முடியும். இவ்வாறு தட்டு காற்றில் அலையும்போது கிடைக்கும் மடக்கை வகைக் குறைமானத்தையும் (λ_0), தட்டு திரவத்தில் அலையும்போது கிடைக்கும் மடக்கை வகைக் குறைமானத்தையும் (λ) கணித்து T, I இவற்றின் உதவியால் மேயர் சமன்பாட்டிலிருந்து திரவத்தின் பாகியல் எண்ணைக் காணமுடியும்.

குறிப்பு: திரவத்திற்குப் பதிலாக ஒரு வாயுவைப் பயன் படுத்துவோமானால், நமக்கு வாயுவின் பாகியல் எண் கிடைக்கும். ஆனால், வாயுவைப் பற்றிய சோதனையின்போது λ_0 என்பதைச் சுழி எனக் கொள்ளவேண்டும். இது வெற்றிடத்தில் ஏற்படும் மடக்கை வகைக் குறைமானமாகும்.

5. சுற்றும் தட்டுமுறையில் ஒரு வாயுவின் பாகியல் எண்ணைக் காணல்

(Rotating disc Method)

AB என்ற ஒரு வட்டத்தட்டு ஒரு முறுக்குக் கம்பியால் தொங்கவிடப்படுகிறது. இந்தத் தட்டின் ஓரத்திலேற்படும் தொடர்ச்சியற்ற நிலையை நீக்குவதற்காக *EF* என்ற காப்பு வளையத் தட்டு (Guard ring plate) *AB* ஐச் சுற்றி அதே மட்டத்தில்



படம் A-4.

இருக்குமாறு பொருத்தி வைக்கப்படுகிறது. *AB*, *EF*-க்கு அடியில் இணையாகவும், ஓரச்சு முறையிலும் *CD* என்ற ஒரு வட்டத்தட்டு வைக்கப்பட்டு ஒரு சீரான திசைவேகத்துடன் சுற்றப்படுகிறது.

இதன் காரணமாக AB, CD இவற்றிற்கு இடையில் உள்ள காற்று அல்லது வாயுவில் ஒரு திசைவேக வாட்டம் ஏற்படுகிறது. இதன் விளைவாகத் தொங்கவிடப்பட்ட தட்டு ஓர் இரட்டைக்குட்படுத்தப் பட்டு ஒரு கோண இடப்பெயர்ச்சியைப் பெறுகிறது. இந்த நிலையில் கம்பியால் செயற்படுத்தப்படும் மீட்சியில் இரட்டை பாகியல் விளைவால் ஏற்படும் இரட்டையை ஈடு செய்கிறது.

திசைவேக வாட்டமானது சுற்றும் அச்சிலிலிருந்து உள்ள தொலைவைப் பொறுத்து மாறுபடுகிறது. சுற்றும் அச்சிலிருந்து r தொலைவில் CD தட்டின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளி தட்டு w கோணத் திசை வேகத்துடன் சுற்றும்பொழுது, wr என்ற திசைவேகத்துடன் இயங்கும். எனவே AB, CD தட்டுகளுக்கிடைப்பட்ட தொலைவு h எனில், கவனிக்கப்பட்ட புள்ளிக்கு நேர் மேலே வாயுவில் உள்ள திசைவேக வாட்டம் $= \frac{wr}{h}$. இந்தத் திசைவேக வாட்டம் r ஆரமும், dr அகலமும் உள்ள வளையப்பகுதி முழுவதற்கும் பொருந்தும் எனக் கொள்ளலாம். எனவே, வாயுவின் பாகியல் எண் η எனில், கவனிக்கப்பட்ட வளையப் பகுதியின்மேல் செயற் படும் விசை,

$$= \eta 2\pi r dr \frac{wr}{h}$$

$$= \frac{2\pi\eta w\, r^2 dr}{h}$$

இதனால் ஏற்படும் திருப்பு திறன்

$$= \frac{2\pi\eta w\, r^2 dr}{h} \times r$$

$$= \frac{2\pi\eta w\, r^3 dr}{h}$$

எனவே AB வட்டத்தட்டின் ஆரம் R எனில், அதன்மேல் செயற் படுத்தப்படும் பாகியல் இரட்டையின் மொத்த மதிப்பு

$$= \int_0^R \frac{2\pi n w\, r^3 dr}{h}$$

$$= \frac{2\pi\eta w}{h} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

$$= \frac{\pi \eta w R^4}{2h}$$

முறுக்குக் கம்பியின் ஓரலகு முறுக்கின் பொழுது ஏற்படும் மீட்சியில் இரட்டை C எனவும், கம்பியில் ஏற்பட்ட முறுக்கின் மதிப்பு θ எனவும் கொள்வோமானால்,

மீட்சியில் இரட்டையின் மொத்த மதிப்பு $= C\theta$.

AB சமநிலையிலிருப்பதால்,

$$\frac{\pi \eta w R^4}{2h} = C\theta$$

$$\text{எனவே} \quad \eta = \frac{2hC\theta}{\pi w R^4} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (1)$$

ஓர் எந்திர எண்ணி (Mechanical counter), நிறுத்து கடிகாரம் இவற்றின் உதவியால் w-ன் மதிப்பைக் காணமுடியும். ஒரு விஞடியில் CD தட்டு N முறை சுற்றுகிறது எனில், $w = 2\pi N$ ஆகும்.

θ-ன் மதிப்பைத் துல்லியமாகக் காண்பதற்கு ABஐயும் முறுக்குக் கம்பியையும் இணைக்கும் ஒருசிறு தண்டின்மேல் ஆடியைப் பொருத்தி, அதனுல் எதிரொளிக்கப்படும் ஒளிக்கற்றை ஒன்று D தொலைவில் வைக்கப்படும் ஓர் அளவுகோலின்மீது விழுமாறு செய்யலாம். அளவுகோலின்மேல் ஒளிப்பொட்டுக்கு ஏற்படும் விலக்கம் x எனில்,

$$\theta = \frac{x}{2D}.$$

C-ன் மதிப்பைத் தெரிந்து கொள்வதற்குக் கீழ்க்கண்ட அளவீடுகள் எடுக்கப்படுகின்றன:

CD தட்டு சுற்றுவதை நிறுத்திவிட்டு AB தட்டு அலையுமாறு செய்யப்படுகிறது. இதன் அலைவு நேரம்: T கணக்கிடப்படுகிறது. தட்டின் நிலைமத் திருப்புதிறன் I எனில்,

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{C} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2)$$

இப்பொது m நிறையுள்ளதும், a ஆரமுள்ளதுமான ஒரு கம்பி வளையத்தை (ring) AB தட்டின்மேல் ஓரச்சு வகையில் வைத்து

மீண்டும் அலைவு நேரம் கணக்கிடப்படுகிறது. இந்த அலைவு நேரம் T_1 எனில்,

$$T_1^2 = 4\pi^2 \left(\frac{I + ma^2}{C}\right) \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (3)$$

(2), (3) சமன்பாடுகளிலிருந்து,

$$T_1^2 - T^2 = \frac{4\pi^2 \, ma^2}{C}$$

எனவே, $C = \dfrac{4\pi^2 \, ma^2}{T_1^2 - T^2}$.

இவ்வாறு C, θ, w முதலியவற்றின் மதிப்புகளையும் h, R ஆகியவற்றின் அளவுகளையும் தெரிந்து கொண்டு (1)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்து வாயுவின் பாகியல் எண்ணைக் கணக்கிடலாம்.

இதன் மதிப்பு அழுத்தத்தைப் பொறுத்துப் பொதுவாக மாறுவதில்லை என்றும், ஆனால் மிகக் குறைந்த அழுத்தத்தில் அழுத்தத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது எனவும் தெரிந்து கொள்ளலாம்.

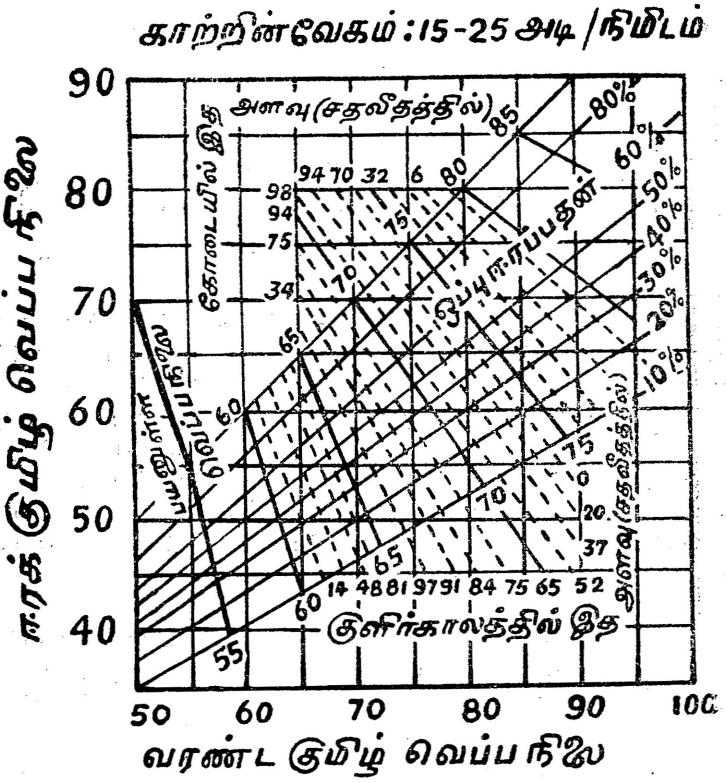
6. காற்றை நன்னிலைப் படுத்தல்

(Air conditioning)

அனுபவத்திலிருந்தும் சோதனைகளிலிருந்தும் காற்று மனிதனுடைய உடம்பிற்கு இன்பமளிக்கக் கூடியதாகவும், புத்துணர்ச்சியூட்டி நல்ல பயனைக் கொடுக்கக் கூடியதாகவும் இருப்பதற்கு அதனுடைய வெப்பநிலை, ஒப்பு ஈரப்பதன், அசைவு ஆகியவை சில குறிப்பிட்ட நிலைகளில் இருக்கவேண்டும் என்று தெரிந்தது. அவ்வித சூழ்நிலைகளை ஏற்படுத்தித் தொழில் முதலிய துறைகளில் நல்ல பயனுறு திறனையும், உற்பத்திப் பெருக்கத்தையும் அடைய முடியும். இவ்வாறான சூழ்நிலைகளை ஏற்படுத்துவது காற்றை நன்னிலைப் படுத்தல் எனப்படுகிறது.

பல சோதனைகளைச் செய்து இதமான உணர்ச்சியளிக்கக் கூடிய வெப்பநிலை, ஒப்பு ஈரப்பதன் (relative humidity), காற்றின் வேகம் ஆகியவற்றைப் படங்களில் குறித்திருக்கிறார்கள். அவ்வாறான படங்கள் இத விவர விளக்கப் படங்கள் (Comfort charts) எனப்படுகின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில் ஒப்பு ஈரப்பதனை மாற்றியமைத்து இதமான நிலையை உண்டாக்கலாம் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட ஒப்பு ஈரப்பதனில் வெப்பநிலையைத் தக்கபடி மாற்றியமைத்து இதமான நிலையை உண்டாக்கலாம். ஒரு குறிப்பிட்ட வெப்பநிலையில் ஒப்பு ஈரப்பதனை அதிகரிக்கும்பொழுது, தேகத்திலிருந்து ஆவியால் குறைவதன் காரணமாகக் காற்று மிகப் புழுக்கமானதாகத்தோன்றும். மாறாக ஒப்பு ஈரப்பதனைக் குறைக்கும் பொழுது, ஆவியாதல் அதிகமாகிக் குளிர்ச்சியானது போன்ற தோற்றத்தைக் காற்றுக்குக் கொடுக்கும். காற்று அசையாதிருக்கும் பொழுதும் புழுக்கமுள்ள உணர்வு உண்டாகும். காற்று அசையும் பொழுது ஆவியாதல் அதிகமாகி, குளிர்ச்சியான உணர்வு உண்டாகும். ஆனால், காற்றின் வேகம் ஓரளவுக்குமேல் மிகுந்திருப்பது விரும்பத்தக்கதல்ல. இதமான உணர்ச்சியைக் கொடுக்கக் காற்றின் வேகம் நிமிடத்திற்கு

25 முதல் 75 அடி வரை இருக்க வேண்டும் என்று கணக்கிட்டிருக்கிறார்கள்.

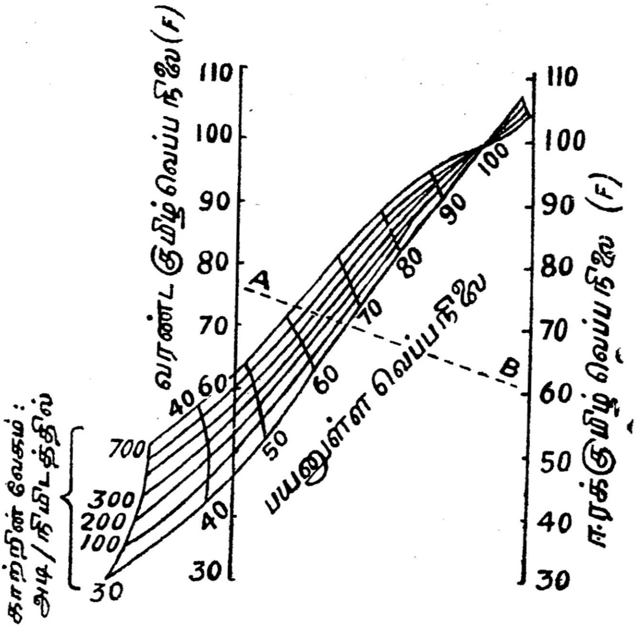


படம் A-5

இதமான தன்மையின் வெவ்வேறு மதிப்புகளைக் குறிக்கப் பயனுள்ள வெப்பநிலை (effective temperature) என்ற சொல் வழங்கி வருகிறது. ஒரே பயனுள்ள வெப்பநிலையில், ஒரே மாதிரியான உணர்ச்சி ஏற்படும். இது தெவிட்டிய நீராவி அழுத்தத்திலும், காற்று அசையாத நிலையிலும் உண்மையான வெப்பநிலை குறிப்பிட்ட மதிப்பை உடையதற்குச் சமம். இதன் மதிப்பு காற்றின் வேகத்தாலும் ஒப்பு ஈரப்பத மதிப்பாலும் உண்மையான வெப்ப நிலையை அனுசரித்து மாறுபடும். இதனைக் காண்பதற்குப் பயனுள்ள வெப்பநிலை விவர விளக்கப்படங்கள் (effective temperature charts) உள்ளன. ஒரு குறிப்பிட்ட பயனுள்ள வெப்பநிலையில் இதமான தன்மை குறைவாக இருக்குமானால்,

ஒப்பு ஈரப்பதனின் மதிப்பைத் தக்கபடி மாற்றியமைத்து இதமான தன்மை மிகுந்த வேறு பயனுள்ள வெப்பநிலையை ஏற்படுத்திக்கொள்ளலாம். கோடையிலும், குளிர்காலத்திலும் மிகுந்த இதமான நிலையைக் கொடுக்கும் பயனுள்ள வெப்பநிலைகள் வெவ்வேறாக அமைகின்றன என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.

காற்றை நன்னிலைப் படுத்தும்பொழுது ஒப்பு ஈரப்பதனைக் கட்டுப்படுத்துவதுடன், 25 சத அளவு புதுக்காற்றை உட்கொணருவதும் விரும்பத்தக்கது. குளிர் பிரதேசங்களில் காற்றின் வெப்பநிலையைப் பொதுவாக உயர்த்தவேண்டியிருக்கும். ஆனால் உஷ்ணப் பிரதேசங்களிலும், கோடை காலத்திலும் பொதுவாக வெப்பநிலையைக் குறைக்கவேண்டி இருக்கும். அத்துடன் காற்றில்



படம் A-6.

உள்ள நீராவியை அகற்றுதலும் விரும்பத்தக்கதாக இருக்கும். இதற்குக் குளிர்பதனேற்றியின் (refrigerating machine) ஆவியாக்கும் பாகம் அநேக செப்புத் தகடுகளைக் கொண்ட குழாய் வடிவத்தில் இருக்கிறது. குழாயினுள் ஃப்ரியான் அல்லது சல்பர் டை ஆக்ஸைடு திரவம் ஆவியாதலினால் குளிர்ச்சி ஏற்படுகிறது.

விசிறிகளின் உதவியால் அறையின் காற்று இந்தச் செப்புத் தகடுகள் இருக்கும் பாகத்தை நோக்கி வீசப்படுகிறது. அங்கு அந்தக் காற்று குளிரும்பொழுது அதில் உள்ள சிறிது நீராவி நீராக மாறுகிறது. இவ்வாறு நீராக மாறிய பகுதி விரைவில் அகற்றப் படுகிறது. இவ்வாறு தொடர்ச்சியான நிகழ்ச்சி ஏற்படும்பொழுது அறையின் காற்று குளிர்வதுடன் வறண்டதாகவும் ஆகிறது.

மேலும் வெளியிலிருந்து வெப்பம் உள்ளே கடத்தப்படுவதை யும் தடுக்கவேண்டும். இதற்காகச் சுவர், மாடியின் உட்தளம் ஆகியவை செலோடெக்ஸ் (celotex), மாசனைட் (masonite) ஆகிய பொருட்களால் மூடப்படுகிறது. மேலும் தரையில் விரிப்புகள் போடுதல் நன்மையளிக்கும். அறையிலிருந்து நீக்கப்படவேண்டிய வெப்பத்தின் அளவைப் பொறுத்தும், அறையில் இருக்கக்கூடிய ஆட்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்தும் வெவ்வேறு திறனுள்ள குளிர் பதனேற்றியைப் பயன்படுத்தவேண்டும்.

7. லம்மர் பிரிங்ஷீம் முறையில் வெப்ப எண்களின் தகவைக் காணல்

(Lummer and Pringsheim's Method)

இம்முறையில் சுமார் 90 லிட்டர் கொள்ளளவுள்ள செப்புக் குடுவை பயன்படுத்தப்படுகிறது. இதில் வெப்ப மாற்றீடற்ற விரிவை ஏற்படுத்தி, அதன் தொடக்கத்திலும் இறுதியிலுமுள்ள அழுத்தங்களையும் வெப்பநிலைகளையும் அளந்து, வெப்ப எண்களின் தகவு கணக்கிடப்படுகிறது. குடுவையுடன் பொருத்தப்பட்ட ஒரு அழுத்த மானியின் உதவியால் அழுத்தங்கள் அளக்கப் படுகின்றன. குடுவையின் மையத்தில் ஒரு போலா மீட்டர் (Bolometer) கம்பி வைக்கப்பட்டு அதன் மின்தடை தாம்ஸன் கால்வனு மீட்டரைக் கொண்ட வீட்ஸ்டன் சமனச் சுற்றினால் நிர்ணயிக்கப்படுகிறது. மின்தடையிலிருந்து வெப்பநிலை கணிக்கப் படுகிறது. P_1, T_1 என்பவை முறையே தொடக்க அழுத்தம், தொடக்க வெப்பநிலை எனவும், P_0, T_0 ஆகியவை முறையே இறுதி அழுத்தம் (வெளி அழுத்தம்), இறுதி வெப்பநிலை எனவும் கொள்வோமானால் 'வெப்பவியல்' 199ஆம் பக்கத்தில் காட்டிய படி வெப்ப எண்களின் தகவு r கீழ்கண்ட சமன்பாட்டால் கொடுக் கப்படுகிறது :

$$r = \frac{\log P_1 - \log P_0}{(\log P_1 - \log P_0) - (\log T_1 - \log T_0)}$$

இம்முறையில் உள்ள குறைபாடுகள் :

(i) குடுவையின் சுவரிலிருந்து வாயுவின் வெப்பக் கடத்தல் வெப்பச் சலனம் மூலம் போலா மீட்டருக்கு வெப்பம் கிடைக்கிறது.

(ii) குடுவையின் சுவரிலிருந்து கதிர்வீச்சு மூலம் போலா மீட்டருக்கு வெப்பம் கிடைக்கிறது.

(iii) குடுவையின் சுவரிலிருந்து இணைப்புக் கம்பிகள் மூலம் போலா மீட்டருக்கு வெப்பம் கிடைக்கிறது.

(iv) போலா மீட்டரின் தாமதத்தினுல் வெப்பநிலை அள வீட்டில் சிறிது ஐயப்பாடு ஏற்படுகிறது.

மேலே குறிப்பிட்ட குறைபாடுகளை நீக்க பார்டிங்டன் என்பவர் இம்முறையைச் சிறிது மாற்றியமைத்தார். பார்டிங்டன் முறை 'வெப்பவியல்' 198ஆம் பக்கத்தில் விவரிக்கப்பட்டிருக்கிறது.

8. மேக்ஸ்வெல்லின் வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகள்

(Maxwell's Thermodynamic Relations)

வெப்ப இயக்கவியல் இரண்டு விதிகளையும் கொண்டு மேக்ஸ்வெல் என்பவர் பொதுப்படையானதும், பல நிகழ்வுகளை விளக்கக்கூடியதுமான ஆறு இயக்கவியல் சமன்பாடுகளைத் தருவித்தார். இவற்றைக் கீழ்க்கண்டவாறு தருவிக்கலாம் :

ஒரு பொருளின் பருமன் p அழுத்தத்தில் dv அளவு மாறுகிறது எனில், அதனால் செய்யப்படும் வேலை pdv ஆகும். பொருளின் உள் ஆற்றல் dU அளவு அதிகமாகிறது என்றும், அது சுற்றுப்புறத்திலிருந்து dQ அளவு வெப்பத்தை ஏற்கிறது என்றும் கொள்வோமானால் வெப்ப இயக்கவியல் முதலாம் விதிப்படி

$$dQ = dU + pdv \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

பொருளின் தனி வெப்பநிலை T என்றும், அந்த வெப்பநிலையில் பொருள் dQ வெப்பத்தை ஏற்கும்பொழுது அதன் என்ட்ரபி dS அளவு மாறுகிறது எனவும் கொள்வோமானால், வெப்ப இயக்கவியல் இரண்டாம் விதியிலிருந்து

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

அதாவது $dQ = TdS \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (2)$

எனவே, (1), (2) சமன்பாடுகளிலிருந்து,

$$TdS = dU + pdv$$

அதாவது $dU = TdS - pdv \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (3)$

இது வெப்ப இயக்கவியல் இரு விதிகளையும் இணைக்கும் சமன்பாடாகும்.

ஒரு குறிப்பிட்ட நிறையுள்ள பொருளை எடுத்துக்கொள்வோமானால், அதற்கு அழுத்தம் (p), பருமன் (v), வெப்பநிலை (T), என்ட்ரப்பி (S) என்ற நான்கு முக்கிய அளவுகள் இருக்கின்றன. இவற்றில் எந்த இரு அளவுகள் தெரிந்தாலும் மற்றவைகளைக் கணக்கிட்டுக்கொள்ள முடியும். அதாவது இவற்றில் எந்த இரு அளவுகளும் தனிப்பட்ட முறையில் மாறலாம் என்றும், மற்றவை அவற்றைச் சார்ந்து மாறும் எனவும் கொள்ளலாம். இவ்வாறு தனிப்பட்ட முறையில் மாறும் அளவுகள் சார்பற்ற மாறிகள் (independent variables) எனப்படுகின்றன. அவற்றைச் சார்ந்து மாறும் அளவுகள் சார்ந்த மாறிகள் (dependent variables) எனப்படுகின்றன. எந்த இரு அளவுகளும் சார்பற்ற மாறிகளாகக் கருதப்படலாம். ஆகையால், அவற்றைப் பொதுப்படையாக x, y என்று குறிப்பிடுவோம். x, y அளவுகள் சிறிது மாறும்பொழுது, v, S ஆகியவற்றின் மதிப்பும், உள் ஆற்றலின் மதிப்பும் U மாறுபடும். இந்த மாறுபாடுகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்புகளைக் கீழ்க்கண்டவாறு குறிப்பிடலாம் :

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x dy$$

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x dy$$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x dy$$

இவற்றை (3)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x dy = T\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y dx$$

$$+ T\left(\frac{\partial S}{dy}\right)_x dy - p\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y dx - p\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x dy$$

$$= \left[T\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - p\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y\right] dx + \left[T\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - p\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x\right] dy$$

இந்தச் சமன்பாட்டில் dx, dy இவற்றின் குணகங்களை ஒப்பிடும்பொழுது,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_y = T\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - p\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_x = T\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - p\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

இங்கு dU, dv, dS ஆகியவை நிறை வகையீடுகள் (Perfect differentials) ஆகும். அதாவது இவற்றின் மதிப்புத் தொடக்க இறுதி நிலைகளைப் பொறுத்ததே அன்றி எந்த முறையில் மாறுபாடு ஏற்பட்டது என்பதைப் பொறுத்து இருப்பதில்லை. காட்டாக T, v ஆகியவை குறிப்பிட்ட அளவு மாறும்பொழுது U-ல் ஏற்படும் மாறுதல் T முதலில் மாறிப் பின் v மாறுகிறதா அல்லது v முதலில் மாறிப் பின் T மாறுகிறதா என்பதைப் பொறுத்து இருப்பதில்லை. இவ்வாறு dU நிறை வகையீடாக இருக்கும்பொழுது,

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$$

அதாவது $$\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 6\text{ (i)}$$

இவ்வாறே $$\frac{\partial^2 S}{\partial y\,\partial x} = \frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial y} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 6\text{ (ii)}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y\,\partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x\,\partial y} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 6\text{ (iii)}$$

இப்பொழுது (4)-வது சமன்பாடு yஐப் பொறுத்துப் பகுக்கப் படுமானுல்,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial x} = T\frac{\partial^2 S}{\partial y\,\partial x} + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - p\frac{\partial^2 v}{\partial y\,\partial x} - \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_y\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y \quad \dots \quad \dots \quad (7)$$

இவ்வாறே (5)-வது சமன்பாடு xஐப் பொறுத்துப் பகுக்கப் படும்பொழுது,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y} = T\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial y} + \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - p\frac{\partial^2 v}{\partial x\,\partial y} - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x \quad \dots \quad \dots \quad (8)$$

சமன்பாடுகள் 6 (i) (ii) (iii) இவற்றைச் சமன்பாடுகள் 7, 8-ல் பதிலீடு செய்வோமானால்,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x$$

அதாவது,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_x = \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_x \quad \ldots \quad \ldots \quad (9)$$

இந்த அடிப்படைச் சமன்பாட்டில் x, y என்பதற்குப்பதிலாக T, v, p, S ஆகியவற்றிலிருந்து எந்த இரு மாறிகளையும் பதிலீடு செய்யலாம். இவ்வாறு செய்து பெறப்படும் சமன்பாடுகள் மேக்ஸ்வெல் வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகள் எனப்படுகின்றன.

முதல் வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = T, \qquad y = v$ என்க.

$$\therefore \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 1 \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = 1.$$

மேலும் T v என்பவை இங்குச் சார்பற்ற மாறிகளாதல்,

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial T} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

இந்த மதிப்புகளை 9-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

அதாவது, $$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = -\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v.$$

இரு பக்கங்களையும் Tஆல் பெருக்குவோமானால்,

$$T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

அதாவது,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(I)}$$

இரண்டாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = T, \qquad y = p$ என்க.

$$\frac{\partial T}{\partial p} = 1, \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 1$$

மேலும் T, p என்பவை, சார்பற்ற மாறிகளாதலால்,

$$\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0.$$

இந்த மதிப்புகளை 9-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்யவோமானால்,

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

எனவே,

$$T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$$

அதாவது,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(II)}$$

மூன்றாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = S, \qquad y = v$ என்க.

$$\therefore \quad \frac{\partial S}{\partial x} = 1 \qquad \frac{\partial v}{\partial y} = 1$$

ஆனால் S, v என்பவை சார்பற்ற மாறிகள் ஆகையால்,

$$\frac{\partial S}{\partial v} = \frac{\partial S}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial S} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

இந்த மதிப்புகளை 9ஆம் சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_v$$

எனவே,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = -\left(\frac{T\partial P}{T\partial S}\right)_v$$

அதாவது

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = -T\left(\frac{\partial P}{\partial Q}\right)_v \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{(III)}$$

நான்காவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = S$, $y = p$ என்க.

முன்போலவே

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right) = 1\,; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 1$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right) = 0\,; \quad \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right) = 0.$$

இந்த மதிப்புகளை 9-வது சமன்பாட்டில், பதிலீடு செய்யும் பொழுது,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_p$$

அதாவது $$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = T\left(\frac{\partial v}{\partial Q}\right)_p \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{(IV)}$$

ஐந்தாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = p \quad y, = v$ என்க

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

இவற்றை 9-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_v - \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_p = -1$$

அதாவது $$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_v \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_p - \left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_p \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_v = 1 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(V)}$$

ஆறுவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடு :

$x = T \quad y = S$ என்க.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial S}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} = 0.$$

இவற்றை 9-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$-1 = \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_S - \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S \left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_T$$

அதாவது $$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_S \left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_T - \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_T \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_S = 1 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(VI)}$$

மேலே தருவிக்கப்பட்டுள்ள ஆறு வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகளில் முதல் நான்கும் மிகவும் பயன்படுபவை ஆகும்.

9. வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகளின் பயன்கள்

(Applications of Thermodynamic Relations)

1. க்ளாஸியஸ் க்ளாபெய்ரான் சமன்பாடு (முதலாவது உள்ளுறை வெப்பச் சமன்பாடு)

மேக்ஸ்வெல்லின் முதலாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாட்டிலிருந்து

$$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

அதாவது $$T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

$$\therefore \quad \left(\frac{\partial Q}{\partial v}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

இந்தச் சமன்பாட்டின் இடதுபக்கமுள்ள கோவை குறிப்பது என்னவென்றால், வெப்பநிலை மாறாத பொழுது பொருள் வெப்பத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது என்பதாகும். இது உருகுதல் அல்லது ஆவியாதல் என்ற நிலை மாற்ற நிகழ்ச்சியைக் குறிப்பதாகும்.

ஓர் அலகு நிறையுள்ள பொருளைப்பற்றி கவனிக்கையில், L என்பது உருகுதலின் உள்ளுறை வெப்பம் அல்லது ஆவியாதலின் உள்ளுறை வெப்பம் என்றும், J என்பது வெப்பத்தின் எந்திர ஆற்றல் இணைமாற்று என்றும் கொள்வோமானல்,

$$dQ = LJ.$$

மேலும் v_1, v_2 என்பவை முறையே முதல் நிலையிலும் இரண்டாவது நிலையிலும் ஓரலகு நிறையின் பருமன் எனக் கொள்வோமானல்,

$$dv = v_2 - v_1$$

எனவே $$\frac{LJ}{v_2 - v_1} = T\frac{dp}{dT}$$

$$\therefore \quad dT = \frac{Tdp\,(v_2 - v_1)}{LJ}$$

இது அழுத்த மாறுபாட்டால் உருகுநிலை அல்லது கொதி நிலையில் ஏற்படும் மாறுதலைக் கணிக்க உதவக் கூடியது. இதற்கான உதாரணங்கள் 'வெப்பவியல்' 243—244ஆம் பக்கங்களில் காட்டப்பட்டிருக்கின்றன.

(2) வெப்ப எண் சமன்பாடு (Specific heat Equation)

C_p என்பது அழுத்தமாரு வெப்ப எண் எனில்,

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_p$$

$$= T\left(\frac{dS}{dT}\right)_p \qquad \cdots \quad (1)$$

அழுத்தம் மாருத நிலையானதால், dS என்பது v, T இவற்றைப் பொறுத்து மாறக் கூடியது.

எனவே,

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v dT$$

$$\therefore \quad \left(\frac{dS}{dT}\right)_p = \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{dT}\right)_p + \left(\frac{\partial S}{dT}\right)_v$$

இதை (1)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$C_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v \qquad \cdots \quad (2)$$

இதில் $T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v$ என்பது பருமமாரு வெப்ப எண்ணைக் (C_v) குறிக்கிறது.

$$\therefore \quad C_p = C_v + T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad \ldots \quad (3)$$

மேக்ஸ்வெல்லின் முதலாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாட்டின்படி,

$$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

இதனை (3)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$C_p = C_v + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$$

இப்பொழுது p என்பது vT ஆகியவற்றைச் சார்ந்தது.

அதாவது $p = f(v, T)$.

எனவே, $dp = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T dv + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v dT$

$$\therefore \quad \left(\frac{dp}{dT}\right)_v = \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$$

அழுத்த மாரு நிலையில் $dp = 0$.

$$\therefore \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = -\left(\frac{\partial P}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

இதனை (4)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$C_p = C_v - T\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (5)$$

ஆனால் E என்பது பரும மீட்சிக் குணகம் (Modulus of volume elasticity) எனவும், α என்பது பருமப் பெருக்க எண் (volume coefficient) எனவும் கொள்வோமானல்,

$$E = -\frac{v\partial p}{\partial v}$$

$$\alpha = \frac{1}{v}\frac{\partial v}{\partial T}.$$

எனவே,

$$\frac{\partial p}{\partial v} = -\frac{E}{v}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \alpha v$$

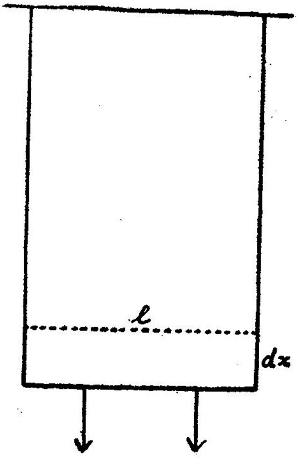
இந்த மதிப்புகளை (5)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்வோமானால்,

$$C_p = Cv + T\left(\frac{E}{v}\right)(\alpha v)^2$$

$$= Cv + TE\alpha^2 v$$

(3) திரவ மென்படலம் (Liquid film)

ஒரு திரவ மென்படலத்தைப் படத்தில் காட்டியதுபோல் இழுத்து விரிவாக்கப்படுவதாகக் கொள்வோம். திரவத்தின் பரப்பு



படம் A-7.

இழு விசை σ எனவும், மென்படலத்தின் நீளம் l எனவும், அது இழுக்கப்பட்ட தொலைவு dx எனவும் கொள்வோமானால்,

$$\left.\begin{matrix}\text{மென்படலத்தின் மேல்}\\ \text{செய்யப்பட்ட வேலை}\end{matrix}\right\} = 2\sigma\, l dx$$

$$= 2\sigma\, dA.$$

இங்கு dA என்பது பரப்பளவில் ஏற்பட்ட அதிகரிப்பு.

$$\left.\begin{array}{c}\text{எனவே மென்படலத்தால்}\\ \text{செய்யப்பட்ட வேலை}\end{array}\right\} = -2\sigma\, dA.$$

பொதுவாகப் பொருளால் செய்யப்படும் வேலையை pdv என்பதால் குறிப்பிடுகிறோம். எனவே, மென் படலத்தைப் பொறுத்து p என் பதற்குப் பதிலாக -2σ என்புதையும், dv என்பதற்குப் பதிலாக dA என்பதையும் பயன்படுத்வேண்டும் என்று புலப்படும்.

இப்பொழுது மேக்ஸ்வெல்லின் முதலாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாட்டின்படி,

$$\left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = T\left(\frac{dp}{dT}\right)_v$$

இதில் $p = -2\sigma$, $dv = dA$ எனில்,

$$\left(\frac{dQ}{dA}\right)_T = -T\left(\frac{2d\sigma}{dT}\right)_A$$

$$\therefore\quad dQ = -2T\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)dA.$$

ஒரு திரவத்தின் வெப்பநிலை உயரும் பொழுது அதன் பரப்பு இழுவிசை குறைகிறது. எனவே $\frac{d\sigma}{dT}$ எதிர் குறியையுடையது. எனவே, dQ நேர்குறியை உடைத்ததாகும். இதன் விளக்கம் யாதெனில் ஒரு திரவ மென்படலம் இழுத்து விரிவாக்கப்படும் பொழுது அதன் வெப்பநிலை மாருதிருக்க வேண்டுமானுல், அதற்கு வெப்பம் கொடுக்கப்படவேண்டும். எனவே வெப்பப் பரிமாற்ற மில்லா நிலையில் திரவ மென்படலம் விரிவாக்கப் படுமானுல், அது dT அளவு வெப்ப நிலையில் குளிர்வடைவதன் மூலம் வேண்டிய வெப்பத்தை ஈடு செய்து கொள்ளும். இப்பொழுது திரவத்தின் வெப்ப எண் s எனவும், திரவத்தின் நிறை m எனவும் கொள்ளப்படு மானுல்,

$$dQ = ms\,dT = -2T\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)dA$$

$$\therefore\quad dT = -\frac{2T}{ms}\left(\frac{d\sigma}{dT}\right)dA.$$

(4) ஜுல்-கெல்வின் விளைவு (Joule Kelvin effect)

ஒரு வாயு சிறு துவாரத்தின் வழியே சென்று விரிவடைதால் ஏற்படும் வெப்பநிலை வேறுபாட்டை ஜுல்-கெல்வின் விளைவு என்கிறோம். இச் சோதனையில் வாயுவின் உள்ளார்ந்த ஆற்றல், அதன் மேல் செய்யப்படும் வேலை அல்லது அதனால் செய்யப் படும் வேலை இவற்றின் கூட்டுத் தொகை மாறிலியாக அமைகிறது. இந்தக் கூட்டுத் தொகையை எந்தால்பி (enthalpy) என்ற சொல்லால் குறிப்பிடுவது வழக்கம்.

ஓரலகு நிறையுள்ள பொருளின் உள்ளார்ந்த ஆற்றல் U என்றும் p அழுத்தத்தில் அதன் பருமன் v எனவும் கொள்வோமானால், இச் சோதனையில் அடிப்படைத் தத்துவம்

$$U + pv = \text{மாறிலி}$$

என்பதால் குறிக்கப்படும்.

இந்தச் சமன்பாட்டைப் பகுக்கும் பொழுது,

$$dU + pdv + vdp = 0 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

ஆனால், $dU + pdv = dQ = Tds$

இதை (1)-ல் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$Tds + vdp = 0. \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

இங்கு T, p என்பவற்றைச் சார்பற்ற மாறிகள் (independent variables) எனக் கொள்ளுவோமானால், பகுதி வகைக்கெழு முறையில் (by partial differentiation)

$$ds = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dp$$

இதனை (2)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செயதால்

$$T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dp + vdp = 0 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

இதில் $T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = C_p =$ அழுத்தமாறா வெப்ப எண். ... ... (4)

மேக்ஸ்வெல்லின் இரண்டாவது வெப்ப இயக்கச் சமன்பாட்டின்படி

$$T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

(4), (5)-ல் உள்ள மதிப்புகளை (3)-ல் பதிலீடு செய்வதனால்,

$$C_p\, dT - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dp + v dp = 0$$

$$\therefore \quad C_p\, dT = \left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right] dp$$

$$\therefore \quad \frac{dT}{dp} = \frac{1}{C_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v\right] \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

இந்த $\left(\frac{dT}{dP}\right)$-ன் மதிப்பு பகு-ஜூல்-கெல்வின் விளைவு (differential Joule-Kelvin effect) எனப்படுகிறது. இது $U+pv=H=$ எந்தால்பி. மாறாத நிலையில் ஏற்படுவதால் இதை $\left(\frac{dT}{dp}\right)_H$ என்று குறிப்பிடு வழக்கம்.

நல்லியல்புள்ள வாயுவிற்கு (for a perfect gas)

$$pv = RT$$

$v\ T$ இவற்றைப் பொறுத்துப் பகுக்கும்பொழுது,

$$p\partial v = R\partial T$$

$$\therefore \quad \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right) = \frac{R}{P}$$

$$\therefore \quad T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right) = \frac{RT}{P} = \frac{Pv}{P} = v$$

இந்த மதிப்பை (6)-ல் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{C_p}(v - v) = 0.$$

எனவே நல்லியல்புள்ள வாயுவிற்கு ஜூல்-கெல்வின் விளைவு சுழியாகும். வாயு வான்-டெர்-வால்ஸ் சமன்பாட்டிற்குட்படுகிறது எனில்,

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v-b}$$

v, T இவற்றைப் பொறுத்து இதனைப் பகுக்கும் பொழுது,

$$-\frac{2a}{v^3}\,dv = \frac{R}{v-b}\,dT - \frac{RT}{(v-b)^2}\,dv$$

$$\therefore \left[\frac{RT}{(v-b)^2} - \frac{2a}{v^3}\right] dv = \frac{RdT}{v-b}$$

$$\therefore \left(\frac{dv}{dT}\right)_p = \frac{R}{(v-b)\left\{\dfrac{RT}{(v-b)^2} - \dfrac{2a}{v^3}\right\}}$$

$$= \frac{R}{\dfrac{RT}{(v-b)} - \dfrac{2a\,(v-b)}{v^3}}$$

$$= \frac{R\,v^3\,(v-b)}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}$$

எனவே $$T\left(\frac{dv}{dT}\right)_P = \frac{RTv^3\,(v-b)}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}$$

$$\therefore T\left(\frac{dv}{dT}\right)_P - v = \frac{RTv^3\,(v-b) - v\,[RTv^3 - 2a\,(v-b)^2]}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}$$

$$= \frac{RTv^4 - RTv^3\,b - RTv^4 + 2av\,(v-b)^2}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}$$

$$= \frac{2av\,(v-b)^2 - RTv^3 b}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}$$

இதனை 6-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left\{\frac{2av\,(v-b)^2 - RTv^3 b}{RTv^3 - 2a\,(v-b)^2}\right\} \quad \dots \quad (7)$$

RTv^3 உடன் ஒப்பிடும் பொழுது $2a(v-b)^2$ தோராயமாகப் புறக்கணிக்கப்படலாம் என்றும், $2av(v-b)^2 \simeq 2av^3$ எனவும் கொள்வோமானால், (7)-லிருந்து

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{C_p}\left\{\frac{2av^3}{RTv^3} - \frac{RTv^3b}{RTv^3}\right\}$$

$$= \frac{1}{C_p}\left(\frac{2a}{RT} - b\right)$$

எனவே $\frac{2a}{RT} > b$ என்ற நிலையில், அதாவது $T < \frac{2a}{Rb}$ என்ற நிலையில் $\frac{dT}{dp}$ நேர்குறியுடையதாக இருந்து அழுத்தக் குறைவின் போது வெப்ப நிலைக் குறைவை ஏற்படுத்தும். ஆனால் $\frac{2a}{RT} < b$ என்ற நிலையில், அதாவது $T > \frac{2a}{Rb}$ என்ற நிலையில், $\frac{dT}{dp}$ எதிர் குறியுடையதாக இருந்து அழுத்தக் குறைவின் பொழுது வெப்பநிலை உயர்வை ஏற்படுத்தும்.

$T = \frac{2a}{Rb}$ என்பது புரட்டு வெப்பநிலை (Temperature of inversion) ஐக் குறிக்கும்.

ஜூல்-கெல்வின் விளைவிற்கான உள் இயக்கவாதம் (Inner mechanism of Joule Kelvin effect)

மேலே (6)-வது சமன்பாட்டில் காட்டியபடி

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{Cp}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right) - v\right] \quad \ldots \quad \ldots \quad (6)$$

இப்பொழுது மேக்ஸ்வெல்லின் இரண்டாவது சமன்பாட்டின் படி

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T$$

$$\therefore \quad T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{T\,\partial s}{\partial p}\right)_T$$

$T\partial s = \partial U + p\partial v$ என்பதனால்,

$$T\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T$$

எனவே, $T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{dv}{\partial p}\right)_T$

இந்த மதிப்பை (8)-ல் பதிலீடு செய்தால்

$$\left(\frac{dT}{dp}\right)_H = \frac{1}{Cp}\left[-\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T - p\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T - v\right]$$

$$= \frac{1}{C_p}\left[-\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)_T - \frac{\partial}{\partial p}(pv)\right]$$

இதில் $\left(\frac{\partial u}{\partial p}\right)$ என்பது ஜூல் விதியிலிருந்து (அதாவது மாறா வெப்ப நிலையில் உள்ளார்ந்த ஆற்றல், அழுத்தம் அல்லது பருமனைச் சார்ந்ததில்லை என்ற விதியிலிருந்து) மாறுபடுதலையும், $\frac{\partial (pv)}{\partial p}$ என்பது பாயிலின் விதியிலிருந்து மாறுபடுதலையும் குறிக்கின்றன.

5. க்ளாஸியஸ் சமன்பாடு (இரண்டாவது உள்ளுறை வெப்பச் சமன்பாடு)

ஓரலகு நிறையுள்ள பொருள் T வெப்பநிலையில் இருக்கையில், திரவ நிலையிலிருந்து ஆவி நிலைக்கு மாற்றப்படுவதாகக் கொள்வோம். இதற்குத் தேவைப்படும் உள்ளுறை வெப்பம் L என்றும் திரவ நிலையில் அதனுடைய என்ட்ரப்பி S_1 என்றும், ஆவி நிலையில் அதனுடை என்ட்ரப்பி S_2 என்றும் கொள்வோமானல்,

$$S_2 - S_1 = \frac{L}{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

T ஐப் பொறுத்து இந்தச் சமன்பாட்டைப் பகுக்கும்பொழுது,

$$\frac{\partial S_2}{\partial T} - \frac{\partial S_1}{\partial T} = \frac{1}{T}\frac{dL}{dT} - \frac{L}{T^2}$$

$$\therefore \quad T\frac{\partial S_2}{\partial T} - T\frac{\partial S_1}{\partial T} = \frac{\partial x}{\partial T} - \frac{L}{T}.$$

இங்கு $T\frac{\partial S_2}{\partial T} = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_2 = C_2 =$ ஆவியின் வெப்ப எண்.

$$T\frac{\partial S_1}{\partial T}=\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_1=C_1=\text{திரவத்தின் வெப்ப எண்.}$$

எனவே $C_2 - C_1 = \dfrac{\partial L}{\partial T} - \dfrac{L}{T}$.

இதுவே க்ளாஸியஸ் சமன்பாடு ஆகும்.

6. ஸ்டீஃபன் போல்ட்ஸ்மான் கதிர் வீச்சு விதி (Stefan Boltzmann law of radiation)

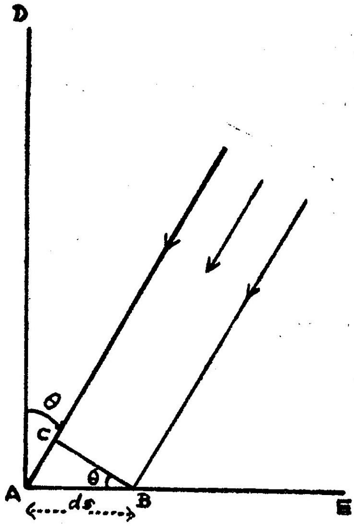
இவ்விதியைத் தருவிப்பதற்கு முன் வீசு வெப்பம் ஒளியைப் போல் அழுத்தத்தைத் தோற்றுவிக்கிறது என்றும், வீசு வெப்பம் ஒரு பரப்பின் மேல் நேர்குத்தாக விழும்பொழுது பரப்பின்மேல் செயற்படுத்தப்படும் அழுத்தம் எண் மதிப்பில் வீசு வெப்பத்தின் ஆற்றல் செறிவுக்குச் சமம் என்றும் காட்டலாம். ஏனெனில், ஆற்றல் செறிவு அதாவது ஓரலகு பருமனில் உள்ள ஆற்றல் ρ எனில், ஐன்ஸ்டைன் கோட்பாடுப்படி இது, $\dfrac{\rho}{C^2}$ நிறையைக் (இங்கு C என்பது ஒளியின் திசை வேகம்) கொண்டதாகவும், $\dfrac{\rho}{C}$ உந்தத்தைக் கொண்டதாகவும் பாவிக்கப்படலாம்.

ஓரலகுப் பரப்பின்மேல் நேர்குத்தாகப்படும் வீசு வெப்பத்தைக் கவனிக்கும்பொழுது, ஒவ்வொரு விநாடியும் C பருமனில் உள்ள வெப்பம், பரப்பின்மேல் படும் என்பது தெளிவு. எனவே, பரப்பின்மேல் படும் வெப்பம் முழுவதும் உட்கவரப்படுகிறது எனில், ஓரலகுப் பரப்பிற்கு ஒவ்வொரு விநாடியும் கிடைக்கும் உந்தம் $= \dfrac{\rho}{C} \times C = \rho$. இது அழுத்தத்திற்குச் சமமாகும். வீசு வெப்பம் பரப்பால் உட்கவரப்படாமல் எதிரொளிக்கப்படும் நிலையிலும் இது பொருந்தும். ஏனெனில் இந்த நிலையில் $\dfrac{\rho}{2}$ செறிவு படும் கதிர்களாலும், $\dfrac{\rho}{2}$ செறிவு எதிரொளிக்கப்பட்ட கதிர்களாலும் ஆனது எனக் கொள்ளலாம். படும் கதிராலும், எதிரொளிக்கப்பட்ட கதிராலும் சேர்ந்து ஓரலகுப் பரப்புக்கு ஏற்படும் உந்த மாறுபாடு வீதம் $= \dfrac{\rho}{2C} \times C + \dfrac{\rho}{2C} \times C = \dfrac{\rho}{2} + \dfrac{\rho}{2} = \rho$.

வீசுவெப்பம் பரப்பின்மேல் நேர்குத்தாகப்படாமல் எல்லாத் திசைகளிலும் படுகிறது எனில், பரப்பின்மேல் ஏற்படும் அழுத்தம்

ஆற்றல் செறிவின் மூன்றில் ஒரு பங்குக்குச் சமம் என்று காட்டலாம்.

மொத்த ஆற்றல் செறிவு ψ எனவும், இது N கதிர்களால் ஆனது எனவும் கொள்வோமானால், ஒவ்வொரு கதிரிலும் உள்ள ஆற்றல் செறிவு $= \frac{\psi}{N} = \rho$ என்க. ஒரு கதிரின் குறுக்குப் பரப்பு ஓரலகு என்றும், இது AB என்ற பரப்பின்மீது θ கோணத்தில் விழுகிறது எனவும் கொள்வோம்.



படம் A-8.

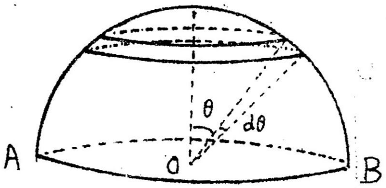
AB-ன் பரப்பளவு ds எனில், $ds \cos\theta = 1$.

AB பரப்பின் மீது கதிரின் திசையில் ஏற்படும் உந்தப்பாடு மாறும் வீதம் = விசை = ρ. எனவே AB-ன் ஓரலகுப் பரப்பில் கதிரின் திசையில் ஏற்படும் விசை $= \frac{\rho}{ds} = \rho\cos\theta$. இந்த விசையை AB பரப்புக்கு நேர்குத்தாகப் பிரிக்கும் பொழுது, AB-ன் மேல் ஏற்படும் அழுத்தம் $= (\rho\cos\theta)\cos\theta = \rho\cos^2\theta$.

AB-ல் உள்ள O என்ற புள்ளியை மையமாகவும், r என்பதை ஆரமாகவும் கொண்டு ஒரு அரை கோளம் வரைவதாகப் பாவிப்போமானால், இந்த அரைக் கோளத்தின் ஒரு குறிப்பிட்ட பரப்பு

வழியாக O மேல் படும் கதிர்களின் எண்ணிக்கை பரப்புக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும் எனக் கொள்ளலாம். கதிர்களின் மொத்த எண்ணிக்கை N எனக் கொண்டதால், அரைக் கோளத்தின் ஓரலகுப் பரப்பு வழியாக O-க்கு வரும் கதிர்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{N}{2\pi r^2}$$



படம் A-9.

எனவே, θ முதல் (θ + dθ) கோணம் வரை சாய்ந்தவாறு O புள்ளிக்கு வரக்கூடிய கதிர்களின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{N}{2\pi r^2}(2\pi r \sin\theta)\, r d\theta$$

$$= N \sin\theta\, d\theta.$$

இவ்வாறான கதிர் ஒன்வொன்றாலும் AB-க்கு ஏற்படும்

$$\text{அழுத்தம்} = \rho \cos^2\theta$$

எனவே, இந்தக் கதிர்கள் எல்லாவற்றாலும் AB-க்கு

$$\text{ஏற்படும் அழுத்தம்} = N\rho \cos^2\theta \sin\theta\, d\theta$$

$$= N\frac{\psi}{N}\cos^2\theta \sin\theta\, d\theta$$

$$= \psi \cos^2\theta \sin\theta\, d\theta$$

எல்லாக் கோணங்களிலும் விழும் கதிர்களால் AB-க்கு ஏற்படும்

$$\text{அழுத்தம்} = \psi \int_0^{\pi/2} \cos^2\theta \sin\theta\, d\theta$$

$$= \psi \int_0^{\pi/2} - \cos^2\theta \, d(\cos\theta)$$

$$= \frac{\psi}{3} [\cos\theta]^{0}_{\pi/2}$$

$$= \frac{\psi}{3}$$

இவ்வாறு வீசு வெப்பம் அழுத்தத்தை உண்டாக்குவதாலும், உள் ஆற்றலைக் கொண்டிருப்பதாலும், ஒரு வாயுவைப் போல் நடந்து கொள்கிறது. எனவே வெப்ப இயக்கவியல் விதிகளை இதற்கும் பொருத்தலாம். T தனி வெப்பநிலையில் உள்ளதும், முழுவதும் எதிரொளிக்கக் கூடிய சுவர்களைக் கொண்டதுமான கொள்கலம் ஒன்றில் ψ செறிவுள்ள வீசு வெப்பம் உள்ளது எனக் கொள்வோம். இதனால் செயற்படுத்தப்படும் அழுத்தம் $= p = \frac{\psi}{3}$. கொள்கலத்தின் பருமன் ψ எனில், வீசு வெப்பத்தின் மொத்த உள் ஆற்றல் $= U = \psi v$ ... ... (1)

vஐப் பொறுத்து இதனைப் பகுத்தால்,

$$dU = \psi \, dv$$

அல்லது $\frac{dU}{dv} = \psi$ ... ... (2)

இப்பொழுது வீசுவெப்பத்திற்குச் சுற்றுப்புறத்திலிருந்து dQ அளவு வெப்பம் கிடைக்கிறது என்றும், கொள்கலத்தின் பருமன் dv அளவு மாற்றப்படுவதன்மூலம் அதன் வெப்பநிலை மாறாமல் வைக்கப் படுகிறது எனவும் கொள்வோம்.

வெப்ப இயக்கவியல் முதல் விதிப்படி

$$dQ = dU + pdv$$

vஐப் பொறுத்து இதனைப் பகுக்கும்பொழுது,

$$\left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = \left(\frac{dU}{dv}\right)_T + p$$

$$= \psi + \frac{\psi}{3}$$

$$= \frac{4}{3}\psi \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

ஆனல் $dQ = T\,ds$

$$\therefore \left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = T\left(\frac{ds}{dv}\right)_T$$

மேக்ஸ்வெல்லின் முதல் சமன்பாட்டின்படி,

$$T\left(\frac{\partial s}{dv}\right)_T = T\left(\frac{dp}{dT}\right)_v$$

$$\therefore \left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = T\left(\frac{dp}{dT}\right)_v$$

ஆனல் $p = \frac{\psi}{3}$ என்பதால்,

$$\left(\frac{dQ}{dv}\right)_T = T\,\frac{d}{dT}\left(\frac{\psi}{3}\right)$$

$$= \frac{T}{3}\,\frac{d\psi}{dT}.$$

இந்த மதிப்பை (3)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்வோமானல்,

$$\frac{T}{3}\,\frac{d\psi}{Td} = \frac{4}{3}\psi$$

$$\therefore \frac{d\psi}{\psi} = 4\,\frac{dT}{T}$$

இதற்குத் தொகுநி காணில்,

$$\log\psi = 4\log T + \text{மாறிலி}$$

அதாவது $\log\psi - 4\log T = \text{மாறிலி}$

$$\therefore \log\psi - 4\log T^4 = \text{மாறிலி}$$

அதாவது $\log \frac{\psi}{T^4}$ = மாறிலி

எனவே, $\frac{\psi}{T^4}$ = வேறு ஒரு மாறிலி = K என்க.

$\therefore \psi = KT^4$.

ஒரு கரும்பொருளின் ஓரலகு பரப்பிலிருந்து ஒரு விநாடியில் கொடுக்கப்படும் வீசுவெப்பம் அதன் ஆற்றல் செறிவுக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். எனவே ஓரலகு பரப்பிலிருந்து ஒரு விநாடியில் கொடுக்கப்படும் வீசுவெப்பம் E எனில்,

$$E = \sigma T^4$$

இங்கு σ ஸ்டீபன் மாறிலி எனப்படுகிறது.

10. வெப்ப இயக்கவியலின் மூன்றாவது விதி

(Third Law of Thermodynamics)

சோதனைகளிலிருந்து நெர்ன்ஸ்ட் (Nernst) என்பவர் கீழ்க் கண்ட விதியைக் கூறினார்:

"மெய்ச்சுழி வெப்பநிலையை நெருங்கும்பொழுது எல்லாப் பொருட்களின் வெப்ப ஏற்புத் திறனும் சுழியாவதற்கு முனைகிறது." அதாவது "சுழி வெப்பநிலையில் பொருட்களின் வெப்ப ஏறபுத் திறன்கள் சுழியாகிச் சமமாகின்றன; அவைகளின் என்ட்ரப்பியும் சுழியாகிச் சமமாகிறது."

இதுவே நெர்ன்ஸ்ட் வெப்பத்தேற்றம் (Nernst Heat Theorem) அல்லது வெப்ப இயக்கவியலின் மூன்றாவது விதி எனப்படுகிறது.

வேற்று முறையில் இதனை இவ்வாறும் கூறலாம்: "முறை எவ்வளவு சீர்மையான (ideal) தாக இருந்தாலும், அதன் எண்ணி லடங்கக்கூடிய (finite) இயக்கங்களின் மூலம் மெய்ச்சுழி வெப்ப நிலையை அடைய முடியாது."

11. கோளகக் கூடுகள்

(Spherical Shells)

முப்பரிமாண முறையில் வெப்பம் கடத்தப்படுவதின் எளிய எடுத்துக்காட்டு ஒரு கோளகம் ஆகும். வெப்ப மூலம் (Heat source) ஒன்று ஒரு கோளகத்தின் மையத்தில் வைக்கப்படுமாயின், மையத்திலிருந்து வெளிப்பரப்பை நோக்கி ஆரவகையாக வெப்பம் கடத்தப்படும். சமச்சீர் (Symmetry) முறையை நோக்கும் பொழுது, மையத்திலிருந்து சம அளவு தூரங்களில் வெப்பநிலைகள் சமமாக இருக்கவேண்டுமென்பது தெளிவு.

r ஆரமுள்ளதும் dr தடிப்புள்ளதுமான ஒரு கோளகக் கூட்டினைக் கவனிக்கும்பொழுது, அதன் வழியாக ஒரு விநாடியில் கடத்தப்படும் வெப்பம்

$$= Q = -K\,4\pi r^2 \frac{d\theta}{dr}.$$

இங்கு K என்பது வெப்பக்கடத்து திறனையும், $\frac{d\theta}{dr}$ என்பது நிலை வாட்டத்தையும் குறிக்கும். வெப்பநிலை அதிகரிக்கும் திசைக்கு எதிர் திசையில் வெப்பம் கடத்தப்படுகிறது என்பதை எதிர் குறி காட்டுகிறது.

$$\therefore\quad d\theta = -\frac{Q}{4\pi K}\,\frac{dr}{r^2}$$

இதன் தொகுநி காணில்,

$$\theta = -\frac{Q}{4\pi K}\int_0^r \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{Q}{4\pi K}\left(\frac{1}{r}\right) + C$$

இங்கு C என்பது ஒரு தொகுப்பியல் மாறிலியாகும்.

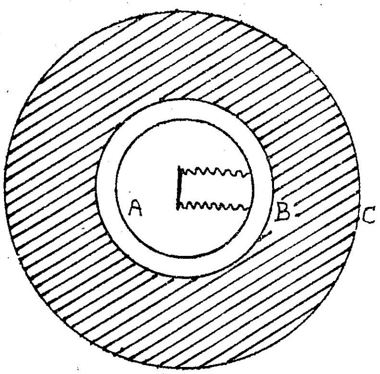
r-ன் மதிப்பு r_1, r_2 என்றுள்ள இடங்களில் வெப்பநிலைகள் முறையே θ_1, θ_2 எனில்,

$$\theta_1 = \frac{Q}{4\pi K} \frac{1}{r_1} + C$$

$$\theta_2 = \frac{Q}{4\pi K} \frac{1}{r_2} + C$$

$$\therefore \theta_1 - \theta_2 = \frac{Q}{4\pi K}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi K} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$



படம் A-10.

$$\therefore Q = \frac{4\pi K(\theta_1 - \theta_2) r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

எனவே, θ_1, θ_2, r_1, r_2, Q ஆகியவற்றின் மதிப்புகளை அளந்து K-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடமுடியும்.

இம்முறையில் நஸ்ஸெல்ட் (Nussselt) என்பவர் அலுமினியம் போன்ற பொருட்களின் வெப்பக்கடத்து திறனைக் கணித்தார். மையத்தில் மின் ஆற்றலால் வெப்பப்படுத்தப்படும் *A* என்ற கோளகம் வைக்கப்பட்டு, அதனைச்சுற்றி *B*, *C* என்ற ஒரு மைய (concentric) உலோகக் கோளகங்கள் வைக்கப்படுகின்றன. *B*,*C* ஆகியவை இரண்டாகப் பிரித்து ஒன்று சேர்க்கப்படக்கூடியவை. எந்தப் பொருளின் வெப்பக்கடத்து திறன் தேவையோ, அந்தப் பொருளால் *B*, *C* இவற்றின் இடைவெளி நிரப்பப்படுகிறது. சீரான வீதத்தில் *A*-க்கு மின் ஆற்றல் கொடுக்கப்படும்பொழுது, மையத்திலிருந்து வெவ்வேறு தொலைகளில் உள்ள வெப்பநிலைகள் தக்க வெப்பமின் இரட்டைகளால் (Thermo couples) அளக்கப்படுகின்றன. மாறுபாடற்ற நிலையில் வெப்பநிலைகளை அளந்து ஆற்றல் கொடுக்கப்படும் வீதத்திலிருந்து *K*-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடலாம்.

12. வியன் இடப்பெயர்ச்சி விதி

(Wiens' Displacement Law)

வெப்பத்தை உட்கவராததும், வெளியில் கடத்தாததுமான சுவர்களைக் கொண்ட கோளக வடிவமுள்ள ஒரு கலத்தினுள் கரும் வீசுவெப்பம் (Black radiation) உள்ளது எனக் கொள்வோம். கலத்தின் சுவர்கள் வெளிநோக்கி u திசை வேகத்துடன் நகருகின்றன எனப் பாவனை செய்வோமானால், இரு விளைவுகள் ஏற்படும்,

(i) டாப்ளர் விளைவினால் அலை நீளம் மாறும்.

(ii) பருமமாறுதலினால் வெப்பநிலை மாறுபாடும், ஆற்றல் செறிவு மாறுபாடும் ஏற்படும்.

இப்பொழுது டாப்ளர் விளைவின் மதிப்பை இவ்வாறு கணக்கிடலாம். λ அலை நீளமுள்ள கதிர் சுவரின்மேல் நேர்க்குத்தாகப் படுவதாகவும், சுவர் PQ நிலையிலிருக்கும்போது அலையின் ஒரு முகடு A என்ற புள்ளியில் படுவதாகவும், அந்தச் சமயத்தில் அலையின் அடுத்த முகடு B புள்ளியில் இருப்பதாகவும் கொள்வோம். B முகடு சுவரை அடைவதற்குள் சுவர் $P_1 \; Q_1$ நிலைக்குச் சென்று விடுகிறது என்க. சுவரின் இரு நிலைகளுக்கிடைப்பட்ட தொலைவு Z என்க. அலையின் இரண்டாவது முகடு P, Q,-ல் படும் இடத்தை B_1 என்போம். இரண்டாவது முகடு B_1 புள்ளியை அடையும் பொழுது, A புள்ளியில் எதிரொளிக்கப்பட்ட முதல் முகடு A_1 என்ற புள்ளியை அடைகிறது என்போம். எனவே, சுவர் நகருவதால் எதிரொளிக்கப்பட்ட கதிரின் அலைநீளம் $A_1 \; B_1$-க்குச் சமம். இரண்டாவது முகடு, BB_1 தொலைவைக் கடப்பதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் $= t = \dfrac{\lambda + z}{C}$ (இங்கு C என்பது கதிரின் வேகம், அதாவது ஒளியின் வேகம்). இந்தக் காலத்தில் முதல் முகடு AA_1 தொலைவைக் கடக்கிறது. எனவே,

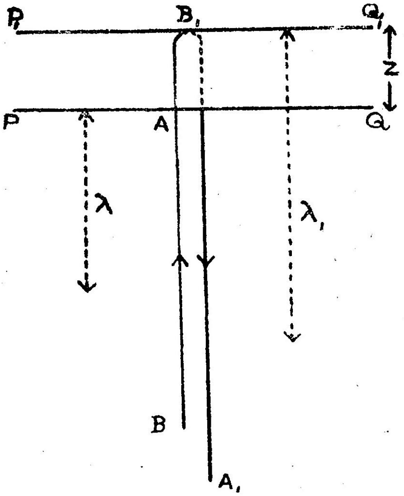
$$AA_1 = Ct = C\left(\frac{\lambda + 2}{C}\right) = \lambda + Z.$$

எனவே, $B_1 A_1 = Z + A A_1$

$$= Z + \lambda + Z$$

$$= \lambda + 2Z$$

ஆனால் $Z = ut = u\left(\frac{\lambda + Z}{C}\right)$



படம் A-11.

அதாவது $CZ = u\lambda + uZ$

$$\therefore \quad Z(C - u) = u\lambda$$

$$\therefore \quad Z = \frac{u\lambda}{C - u}$$

எனவே, λ_1 = புதிய அலைநீளம்

$$= B_1 A_1$$

$$= \lambda + 2Z$$

$$= \lambda + \frac{2u\lambda}{C-u}$$

$$\simeq \lambda + \frac{2u\lambda}{C}$$

எனவே, $\Delta\lambda$ = பாதை நீளத்தில் ஏற்பட்ட மாறுபாடு

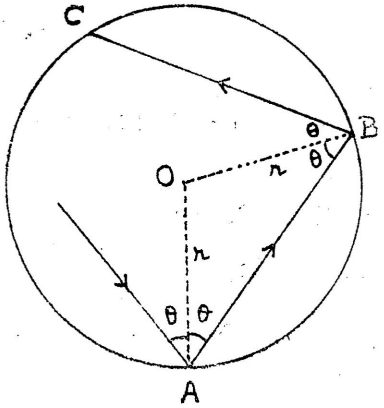
$$= \lambda_1 - \lambda$$

$$= \frac{2u\lambda}{C}.$$

கதிரானது சுவரின் மேல் நேர்க்குத்தாகப் படாமல் θ கோணத்தில் படுமானால், அலை நீளத்தில் ஏற்படும் மாறுபாடு, சுவரின் திசைவேகம் கதிரின் திசையில் என்ன ஆக்கக் கூறைக் கொண்டுள்ளதோ அந்த மதிப்பைப் பொறுத்ததாக இருக்கும்.

$$\text{எனவே,}\quad \Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \frac{2u\lambda\cos\theta}{C}$$

இந்த மாறுபாடு ஒரு எதிரொளிப்பினால் ஏற்படும் மாறுபாடாகும். கொள்கலத்தினுள் பலமுறை எதிரொளிப்பு ஏற்படுமாகையால், ஒரு குறிப்பிட்ட கால அளவுக்குள் ஏற்படும் எதிரொளிப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் கவனிக்கவேண்டும்.



படம் A-12.

கலத்தின் ஆரம் r என்றிருக்கும்பொழுது, θ கோணத்தில்பட்டு எதிரொளிக்கப்படும் கதிர் அடுத்தடுத்த இரு எதிரொளிப்புகளுக்

இடையே செல்லும் தொலைவு = $2r\cos\theta$. ஆனால் dt கால அளவில் அது செல்லும் மொத்தத் தொலைவு = Cdt.

இதற்குள் அந்தக் கதிர் எதிரொளிக்கப்படுவதின் எண்ணிக்கை

$$= \frac{Cdt}{2r\cos\theta}$$

ஒவ்வொரு எதிரொளிப்பிலும் ஏற்படும் அலைநீள மாறுபாடு

$$= \frac{2u\lambda\cos\theta}{C}$$

எனவே, dt காலத்தில் ஏற்படும் மொத்த அலைநீள மாறுபாடு

$$= \frac{2u\lambda\cos\theta}{C} \cdot \frac{Cdt}{2r\cos\theta}$$

$$= \frac{u\lambda dt}{r}$$

$= d\lambda$ என்க.

இதில் $u = \frac{dr}{dt}$ என்று பதிலீடு செய்தால்,

$$\frac{\lambda}{r}\frac{dr}{dt}dt = d\lambda$$

அதாவது $\frac{dr}{r} = \frac{d\lambda}{\lambda}$

இதன் தொகுநி காணில்,

$$\log r = \log\lambda + \text{மாறிலி}$$

அதாவது $\log r - \log\lambda = \text{மாறிலி}$

$$\therefore \log\frac{r}{\lambda} = \text{மாறிலி}$$

$$\therefore \frac{\lambda}{r} = \text{வேறு ஒரு மாறிலி} = K_1 \text{ என்க.} \quad \ldots \quad (1)$$

இப்பொழுது வெப்பமாற்றீடற்ற முறையில் விரிவடைதலினால் ஏற்படும் வெப்பநிலை வேறுபாட்டையும், அதன் விளைவையு

கவனிப்போம். இந்த நிலையில் dU என்பது உள் ஆற்றலில் ஏற்படும் மாறுபாடு எனவும், dv என்பது p அழுத்தத்தில் ஏற்படும் பரும மாறுபாடு எனவும் கொள்வோமானால்,

$$dU + pdv = 0 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

ஆற்றல் செறிவு ψ எனில்

$$U = \psi v$$

$$\therefore \quad dU = \psi\, dv + vd\psi \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

மேலும் $p = \dfrac{\psi}{3}$.

இந்த மதிப்புகளை (1)-வது சமன்பாட்டில் பதிலீடு செய்தால்,

$$\psi\, dv + vd\psi + \frac{\psi}{3} dv = 0.$$

$$\therefore \quad 4\frac{\psi}{3}\, dv = -vd\psi$$

அதாவது $\dfrac{4}{3}\dfrac{dv}{v} = -\dfrac{d\psi}{\psi}$.

இதனைத் தொகுதி காணில், $\log v^{\frac{4}{3}} + \log \psi =$ மாறிலி

அதாவது $\psi v^{\frac{4}{3}} =$ மாறிலி $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$

ஆனால், ஸ்டீபன் போல்ட்ஸ்மான் கதிர்வீச்சு விதியைத் தருவிக்கும்பொழுது,

$\psi = KT^4$ எனக் காட்டப்பட்டது. $\quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$

இதனை (3)-ல் பதிலீடு செய்தால்,

$KT^4\, v^{\frac{4}{3}} =$ மாறிலி

அதாவது $T^4 v^{\frac{4}{3}} =$ மாறிலி

எனவே $Tv^{\frac{1}{8}}$ = மாறிலி

ஆனல் $v = \frac{4}{8} \pi r^8$

எனவே $T\left(\frac{4}{8} \pi r^8\right)^{\frac{1}{8}}$ = மாறிலி

$\therefore$ Tr = மாறிலி = K_2 என்க. (II)

I-ல் கிடைக்கும் r-ன் மதிப்பை II-ல் பதிலீடு செய்வோமானல்,

$$T \frac{\lambda}{K_1} = K_2$$

அதாவது $\lambda T = K_1 K_2$ = மாறிலி ... ... (III)

J_1 வெப்பநிலையில் λ_1 முதல் $(\lambda_1 + d\lambda_1)$ வரையுள்ள அலைநீளக் கதிர்களின் செறிவை $\psi_{\lambda_1} d\lambda_1$ என்பதால் குறிப்பிடுவோம். வெப்ப மாற்றீடற்ற விரிவினல் (adiabatic expansion) T_1 வெப்ப நிலை T_2 வெப்பநிலையாக மாறுகிறது என்றும், λ_1, $(\lambda_1 + d\lambda_1)$ அலை நீளங்கள் முறையே λ_2, $(\lambda_2 + d\lambda_2)$ அலை நீளங்களாக மாறுகின்றன எனவும், $\psi_{\lambda_1} d\lambda_1$ என்ற செறிவு $\psi_{\lambda_2} d\lambda_2$ என்ற செறிவாக மாறுகிறது எனவும் கொள்வோம்.

I-ன் காரணமாக $\lambda_1 T_1 = \lambda_2 T_2$

$$(\lambda_1 + d\lambda_1)T_1 = (\lambda_2 + d\lambda_2) T_2$$

$$\therefore T_1 d\lambda_1 = T_2 d\lambda_2$$

அதாவது $\dfrac{d\lambda_1}{d\lambda_2} = \dfrac{T_2}{T_1}$ ... ... (5)

ψ_1, ψ_2 என்பவை முறையே T_1, T_2 வெப்ப நிலைகளில் உள்ள மொத்த ஆற்றல் செறிவுகள் எனக் கொள்வோமானல்,

$$\psi_1 = \Sigma\, \psi_{\lambda_1} d\lambda_1$$

$$\psi_2 = \Sigma\, \psi_{\lambda_2} d\lambda_2$$

$$\therefore \frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{\psi_{\lambda_1} d\lambda_1}{\psi_{\lambda_2} d\lambda_2}.$$

ஆனால் (4)-வது சமன்பாட்டின்படி,

$$\frac{\psi_1}{\psi_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}.$$

எனவே. $$\frac{\psi_{\lambda_1} d\lambda_1}{\psi_{\lambda_2} d\lambda_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}.$$

5-வது சமன்பாட்டிலுள்ள மதிப்பை இதில் பதிலீடு செய்தால்,

$$\frac{\psi_{\lambda_1}}{\psi_{\lambda_2}} \cdot \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$$

அதாவது $$\frac{\psi_{\lambda_1}}{\psi_{\lambda_2}} = \frac{T_1^5}{T_2^5}$$

E_{λ_1} என்பது λ_1 அலைநீளத்தைப் பொறுத்த கதிர்வீச்சுத் திறன் (Emissive power) என்றும், E_{λ_2} என்பது λ_2 அலை நீளத்தைப் பொறுத்த கதிர்வீச்சுத்திறன் என்றும் கொள்வோமானால்,

$$E_{\lambda_1} \propto \psi_{\lambda_1}$$

$$E_{\lambda_2} \propto \psi_{\lambda_2}$$

எனவே $$\frac{E_{\lambda_1}}{E_{\lambda_2}} = \frac{\psi_{\lambda_1}}{\psi_{\lambda_2}} = \frac{T_1^5}{T_2^5}$$

எனவே $E_\lambda \propto T^5$ எனலாம்.

அதாவது $E_\lambda = CT^5$ ... ... (6)

இங்கு C என்பது ஒரு மாறிலி. இப்பொழுது E_λ என்பது வெப்பநிலையைப் பொறுத்து மாறுவதல்லாமல், அலைநீளத்தையும்

பொறுத்து மாறும் என்பதைக் கருத்தில் கொள்வோமானால், C என்ற மாறிலியின் மதிப்பு λ-வுடன் சம்பந்தப்பட்டதாக இருக்க வேண்டும் என்று புலப்படும். இதற்கு I ஆல் கொடுக்கப்படும் λT = மாறிலி என்பது மிக ஏற்றதாக அமைகிறது.

எனவே, $E_\lambda = T^5 f(\lambda T)$

அல்லது III-லிருந்து $E_\lambda = C_1 \lambda^{-5} e^{-C_2/\lambda T}$ ... (7)

(இங்கு C_1, C_2 என்பவை மாறிலிகள்.)

இதுவே வியனின் பரப்பீட்டு வாய்பாடு (Distribution Formula) எனப்படுகிறது.

I-லிருந்து $\lambda_m T$ = மாறிலி

(இங்கு λ_m என்பது பெரும ஆற்றல் செறிவைக் கொண்ட வெப்பக்கதிரின் அலை நீளம்.)

இது வியன் இடப்பெயர்ச்சி விதி எனப்படுகிறது.

(6)-லிருந்து $E_m = CT^5$

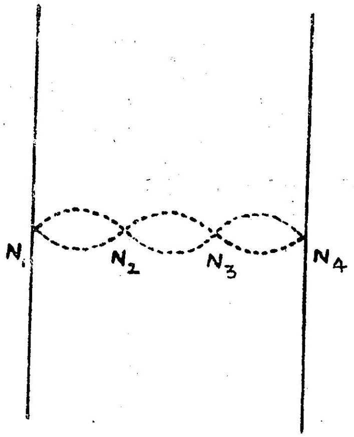
(இங்கு E_m என்பது பெருமச் செறிவை உடைய கதிரைப் பொறுத்த கதிர் வீச்சுத்திறன் அல்லது ஆற்றல் செறிவு.)

இது வியனின் ஐந்துமடி விதி எனப்படுகிறது.

13. ராலே - ஜீன்ஸ் விதி

(Rayleigh - Jeans' Law)

உட்கவராமல் முழுவதும் எதிரொளிக்கக் கூடிய சுவர்களை உடைய உள்ளீடற்ற கனசதுரக் கலத்தினுள் உள்ள வீசு வெப்பக் கதிர்களை ராலே, ஜீன்ஸ் என்பவர்கள் ஆராய்ந்து பார்த்தனர். கதிர்கள் பல்வேறு திசைகளிலும் சென்று எதிரொளிக்கப் படுகின்றன என்றும், அவ்வாறு எதிரொளிக்கப்படும் கதிர்களும், படு கதிர்களும் நிலை அலைகளை ஏற்படுத்தும் என்றும் கருதினார்கள். அவ்வாறான நிலை அலைகள் கணுக்களையும், எதிர் கணுக்களையும்



படம் A-13.

கொண்டிருக்கும் என்பது தெளிவு. மேலும், சுவர்களில் மோதும் இடங்கள் கணுக்களாக அமையும். அடுத்தடுத்து ஒரு கதிர் நேர்க்குத்தாக எந்த இரு புள்ளிகளில் எதிரொளிக்கப்படுகிறதோ அந்தப் புள்ளிகளுக்கிடைப்பட்ட தொலைவு l எனில், அந்த நீளம்

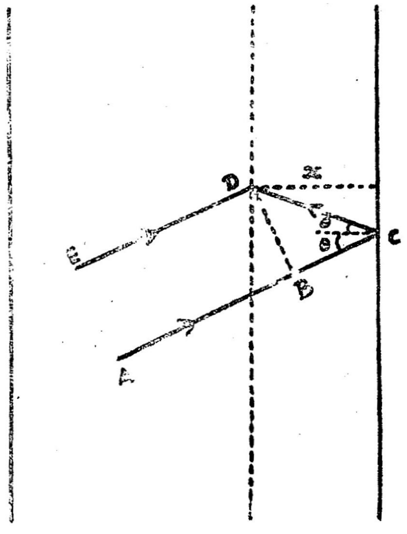
1, 2, 3......வளையங்களைக் (loops) கொண்டதாக இருக்கும். இதற்கான அலை நீளங்கள் λ_1, λ_2, λ_3......எனில்,

$$l = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{2\lambda_2}{2} = \frac{3\lambda_3}{2} = \quad \ldots \quad \ldots$$

அதாவது $\lambda_1 = 2l,\ \lambda_2 = \frac{2l}{2},\ \lambda_3 = \frac{2l}{3}$ — —

எனவே $\lambda = \frac{2l}{n}$ எனப் பொதுவாகக் குறிப்பிடலாம். இங்கு $n = 1, 2, 3 \ldots \ldots \infty$ என்ற முழு எண்.

படும் கதிர் சுவருக்கு நேர்க்குத்தாக இல்லாமல் θ கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது எனக் கொள்வோம். ABC, ED என்ற இரு இணையான படுகதிர்களைக் கவனிப்போம். ABC-ன் எதிரொளிப்புக் கதிரான CD, EDஐ D புள்ளியில் சந்தித்துக் கணுவை உண்டாக்கு



படம் A-14.

கிறது எனக் கொள்வோம். கணு உள்ள இடத்தில் படுகதிரும், எதிரொளிப்புக் கதிரும் ஒன்றை ஒன்று அழித்துக் கொள்கின்றன. எனவே படுகதிருக்கும், எதிரொளிக்கப்பட்ட கதிருக்கும் இடைப்பட்ட பயனுறு பாதை நீளவேறுபாடு $(2m + 1)\lambda/2$ (இங்கு m ஒரு முழு எண்).

தோற்றப்பாதை நீளவேறுபாடு $= BC + CD$. சுவருக்கும் கணுவிற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு $= x$ என்க.

$$\therefore \quad CD \cos \theta = x$$

எனவே, $CD = \dfrac{x}{\cos \theta}$

இப்பொழுது $BC = CD \cos 2\theta$

$$= \frac{x}{\cos \theta} \cos 2\theta$$

தோற்றப்பாதை நீளவேறுபாடு $= BC + CD$

$$= \frac{x}{\cos \theta} [\cos 2\theta + 1]$$

$$= \frac{x}{\cos \theta} (2 \cos^2 \theta)$$

$$= 2x \cos \theta.$$

சுவரில் கணு இருப்பதால், எதிரொளிப்பில் $\dfrac{\lambda}{2}$ பாதை நீள வேறுபாடு புகுத்தப்படுகிறது.

$\therefore$ *B*-லிருந்து *D* வரையுள்ள பயனுறு பாதை நீளம்

$$= 2x \cos \theta + \frac{\lambda}{2}$$

D-ல் கணு உண்டாவதால்

$$2x \cos \theta + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

அதாவது $2x \cos \theta = 2m \dfrac{\lambda}{2}$

$$= m\lambda$$

$$\therefore \quad x = \frac{m\lambda}{2 \cos \theta}$$

இவ்வாறு சுவரிலிருந்து x தொலைவில் உள்ள தளத்தில் பல கணுக்கள் இருக்குமாதலால், அதை ஒரு கணுத்தளம்

எனலாம். m-ன் பல்வேறு மதிப்புகளுக்கு ஏற்றுற்போல் பல கணுத்தளங்கள் உள்ளன. சுவருக்கும் முதல் கணுத் தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட தொலைவு $= \frac{\lambda}{2\cos\theta}$. இணையான இரு சுவர்களுக்கிடையே உள்ள தொலைவு 'a' என்றும், இதில் n வளையங்கள் ஏற்படுகின்றன என்றும் கொள்வோமானால்,

$$n \frac{\lambda}{2\cos\theta} = a$$

$$\text{அதாவது} \quad \lambda = \frac{2a\cos\theta}{n}$$

இவ்வாறு λ அலைநீளமுள்ள கதிர் a பக்கமுள்ள கன சதுரத்தின் மூன்று ஜோடி சுவர்களில் முறையே θ_1, θ_2, θ_3 கோணங்களில் படுகிறது என்றும் முதல், இரண்டாவது, மூன்ருவது ஜோடி சுவர்களுக்கிடையில் முறையே n_1, n_2, n_3 வளையங்கள் உள்ளன எனவும் கொள்வோமானால்,

$$\lambda = \frac{2a\cos\theta_1}{n_1} = \frac{2a\cos\theta_2}{n_2} = \frac{2a\cos\theta_3}{n_3}$$

ஆனால், $\cos^2\theta_1 + \cos^2\theta_2 + \cos^2\theta_3 = 1$.

எனவே, $\frac{\lambda^2}{4a^2}(n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) = 1$.

$$\text{அதாவது} \quad n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = \frac{4a^2}{\lambda^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

கதிரின் அதிர்வெண் $= \gamma$ எனில்

$$\gamma = \frac{C}{\lambda}$$

$$\text{அதாவது} \quad \frac{\gamma}{C} = \frac{1}{\lambda}$$

இதனை (1)-ல் பதிலீடு செய்யும்பொழுது,

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = \frac{4a^2\gamma^2}{C^2} = \left(\frac{2a\gamma}{C}\right)^2 \quad \ldots \quad (2)$$

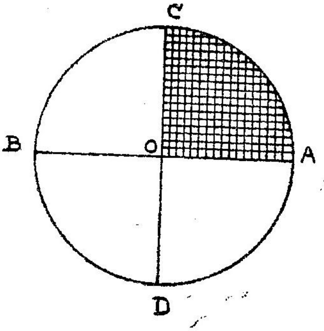
இதில் n_1, n_2, n_3 ஆகியவை முழு எண்ணாக இருக்கக் கூடிய வாறுதான் λ-ன் மதிப்பும், γ-ன் மதிப்பும் அமையும். n_1, n_2, n_3 இவற்றிற்கு நேர்க்குறி முழு எண்கள் மதிப்புள்ள ஒவ்வொரு தொகுதியும் (set) ஓர் அதிர்வு வகையைக் (Mode of vibration) கொடுக்கும்; இவ்வாறு ஏற்படக்கூடிய அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையைக் கீழ்க்கண்டவாறு கணக்கிடலாம் :

(2)-வது சமன்பாடு முப்பரிமாணத்தைக் கொண்ட ஒரு கோளகப் பரப்பைக் குறிப்பதாகும். இதிலிருந்து அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுவதற்குமுன் இரு பரிமாணத்தில் அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையை எவ்வாறு கணக்கிடலாம் என்று பார்ப்போம். (2)-வது சமன்பாட்டை இரு பரிமாணத்துக்குரியதாக மாற்றியமைக்கும்பொழுது,

$$n_1{}^2 + n_2{}^2 = \left(\frac{2a\gamma}{C}\right)^2$$

இது ஒரு வட்டத்திற்கான சமன்பாடாகும். இதன் ஆர மதிப்பு $\frac{2a\gamma}{C}$. இதில் அடங்கியுள்ள முழு எண்கள் மதிப்புகளை x, y ஆயங்களில் முறையே n_1, n_2 எனக் குறித்து, அந்தப் புள்ளிகள் வழியாக நிலை ஆயங்களையும், கிடை ஆயங்களையும் வரைய வேண்டும். n_1, n_2 நேர்க்குறி மதிப்புகளை மட்டும் பெறுமாதலால், இந்தக் கோடுகள் முதல் கால் வட்டத்தில் மாத்திரம் அமையும். வட்டத்தின் பரிதியில் அமைந்து n_1, n_2-க்கு முழு எண்கள் மதிப்புள்ள புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றும் γ அதிர்வெண் கொண்ட கதிரின் அதிர்வு வகையைக் குறிக்கும். ஆனால் வட்டத்திற்குள் உள்ள புள்ளி γ ஐ விடக் குறைந்த அதிர்வெண்ணுக்குரியதாகும். எனவே, முதல் கால் வட்டத்தில் வரையப்பட்ட கோடுகளின் வெட்டுப் புள்ளிகள் n_1 n_2-க்களுக்கு முழு எண் மதிப்புகளை உடையனவாயிருந்து, 0 முதல் γ வரை அதிர்வெண் உடைய கதிர்களின் அதிர்வு வகைகளைக் குறிக்கின்றன. வெட்டுப் புள்ளிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை அதிர்வு வகைகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் கொடுக்கும். வரையப்பட்ட கோடுகள் முதல் கால் வட்டத்தின் பரப்பை ஓரலகுப் பரப்புள்ள சம சதுரங்களாகப் பிரிப்பதாலும், ஒவ்வொரு சம சதுரமும் ஒரு வெட்டுப் புள்ளியுடன் தொடர்பு படுத்தக் கூடியதாக இருப்பதாலும், கால் வட்டத்தின் பரப்பளவு வெட்டுப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கையை—எனவே—அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கையைக் கொடுக்கும்.

இவ்வாறே முப்பரிமாணத்தில் 0 முதல் γ வரை அதிர்வெண் உடைய கதிர்களின் மொத்த அதிர்வு வகை எண்ணிக்கை $\frac{2a\gamma}{C}$ என்பதை ஆரமாகக்கொண்டு வரையப்பட்ட கோளத்தின் 8-ல் ஒரு பங்குப் பருமனால் கொடுக்கப்படும். எனவே, γ முதல் $\gamma + d\gamma$



படம் A-15.

வரை அதிர்வெண் உடைய கதிர்களின் அதிர்வு வகை எண்ணிக்கை $\frac{2a\gamma}{C}$, $\frac{2a(\gamma + \partial\gamma)}{C}$ என்ற ஆரங்கள் உள்ள ஒரு மைய இரு கோளங்களுக்கிடைப்பட்ட பருமனின் 8-ல் ஒரு பங்கு மதிப்பால் கொடுக்கப்படும்.

$$\frac{2a\gamma}{C} = r \text{ எனில்,}$$

மேலே குறிப்பிடப்பட்ட அதிர்வு வகைகளின் எண்ணிக்கை $\Big\} = \frac{1}{8}(4\pi r^2)\,dr$

$$= \frac{1}{8}\,4\pi\left(\frac{2a\gamma}{C}\right)^2 \frac{2a\,d\gamma}{C}$$

$$= \frac{4\pi a^3 \gamma^2 d\gamma}{C^3}$$

இதில் $a^3 = v =$ கன சதுரக்கலத்தின் பருமன். மேலும் வெப்பக்கதிர்கள் குறுக்கதிர்வு (Transverse) மின்காந்த அலைகளாதலினால், ஒவ்வோர் அதிர்வு வகையிலும் இருவகையில் தளவிளைவுற்ற அலைகள் இருக்கக் கூடும்.

இவ்வாறு தளவிளைவுறுதலையும் கருத்தில் கொள்வோமானல், γ முதல் $(\gamma + \partial\gamma)$ வரை அதிர்வெண்ணுள்ள கதிர்களின் மொத்த அதிர்வு வகைகள்

$$= \frac{8\pi V \gamma^2 d\gamma}{C^3} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$$

வீசுவெப்பம் பல வகைகளில் வாயுவை ஒத்திருக்கிறது. இது வாயுவைப்போல் அழுத்தத்தைத் தோற்றுவிக்கிறது. வெப்பநிலை உயரும்பொழுது வாயுவின் ஆற்றல் அதிகமாவதுபோல், வீசு வெப்பத்தின் ஆற்றல் செறிவும் அதிகமாகிறது. இதைக் கருத்தில் கொண்டு கதிர்வீச்சின் ஒவ்வோர் அதிர்வு வகைக்கும் kT ஆற்றல் இருக்குமென்று ராலே, ஜீன்ஸ் என்பவர்கள் கூறினர்கள். எனவே, γ முதல் $(\gamma + d\gamma)$ வரை அதிர்வெண்ணுள்ள கதிர்களின் ஆற்றல்

$$= \frac{8\pi V \gamma^2 \, d\gamma}{C^3} kT.$$

இந்த அதிர்வெண் கதிரின் ஆற்றல் செறிவு

$$= \psi_\lambda \text{ எனில்,}$$

$$V\psi_\gamma d\gamma = \frac{8\pi V\gamma^2 d\gamma}{C^3} kT$$

$$\therefore \psi_\gamma d\gamma = \frac{8\pi kT\gamma^2 \, d\gamma}{C^3}$$

இப்பொழுது $\gamma = \frac{C}{\lambda}$

$$\text{எனவே, } d\gamma = -\frac{C}{\lambda^2} d\lambda \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$$

$d\gamma$ நேர்க்குறியை உடையபொழுது $d\lambda$ எதிர்க் குறியை உடையதாக இருக்கும் என்பதை (4)-ல் உள்ள எதிர்க் குறி காட்டுகிறது.

எனவே, λ முதல் $(\lambda + d\lambda)$ வரை அலைநீளமுள்ள கதிர்களின் ஆற்றல் செறிவு $\psi_\lambda d\lambda$ என்பதால் குறிப்பிடப்படுமானல்,

$$\psi_\lambda d\lambda = \frac{8\pi kT}{C^3} \cdot \frac{C^2}{\lambda^2} \cdot \frac{C d\lambda}{\lambda^2}$$

$$= \frac{8\pi kT}{\lambda^4} d\lambda$$

$$\therefore \quad \psi_\lambda = 8\pi kT\lambda^{-4}$$

இதுவே ராலே ஜீன்ஸ் சமன்பாடு ஆகும். அலை நீளம் அதிகமாகவுள்ள கதிர்களுக்கு இது பொருந்துகிறது. ஆனால், அலை நீளம் குறைந்த கதிர்களுக்கு இது பொருந்துவதில்லை.

14. ப்ளான்கின் குவாண்டம் கொள்கை

(Planck's Quantum Theory)

ஒரு சீரிசை அலையியற்றி ((Harmonic oscillator) யின் அதிர்வெண் γ எனில், அந்த சீரிசை அலையியற்றியால் கொடுக்கப்படும் ஆற்றல் $h\gamma$ என்பதின் மடங்காகத்தான் இருக்க வேண்டும் என்று ப்ளான்க் கூறினர். இங்கு h என்பது ஒரு மாறிலி. அது ப்ளான்க் மாறிலி எனப்படுகிறது. இதிலிருந்து ஆற்றல் தொடர்ச்சியாக மாறுவதில்லையென்றும், தாண்டல் முறையில்தான் மாறுகிறது என்பதும் புலப்படும்.

இப்பொழுது $h\gamma = \epsilon$ என்க. இதனுல் γ அதிர்வெண்ணைக் கொண்ட ஒரு சீரிசை அலையியற்றியின் ஆற்றல் ϵ, 2ϵ, 3ϵ...... எனத்தான் இருக்க முடியும்.

பொதுவாக E முதல் $(E+dE)$ வரை ஆற்றலை உடைய சீரிசை அலையியற்றிகளின் எண்ணிக்கை

$$= Ae^{-E/kT}\,dE \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (1)$$

இங்கு A என்பது γ அதிர்வெண்ணை உடைய சீரிசை அலையியற்றிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைப் பொறுத்த ஒரு மாறிலி. $E = 0$, $E = \epsilon$, $E = 2\epsilon$ ... என்ற மதிப்புக்களின் அருகில் சம அளவுள்ள dE நெடுக்கங்களைக் கவனிக்கிறேம் எனவும், இவ்வாறு நெடுக்கங்களைக் கொண்டு $E = 0$, $E = \epsilon$, $E = 2\epsilon$ ... என்ற மதிப்புகளைக் கொண்ட சீரிய அலையியற்றிகளின் எண்ணிக்கைகள் N_0, N_1, N_2, N_3 ... எனவும் கொள்வோமானுல்,

$$N_0 : N_1 : N_2 : N_3 \ldots = e^0 : e^{-\epsilon/kT} : e^{-2\epsilon/kT} : e^{-3\epsilon/kT} \ldots$$

$$= 1 : e^{-\epsilon/kT} : e^{-2\epsilon/kT} : e^{-3\epsilon/kT}$$

$$\therefore \quad N_1 = N_0 e^{-\epsilon/kT}$$

$$N_2 = N_0 e^{-2\epsilon/kT}$$

$$N_3 = N_0 e^{-3\epsilon/kT} \dots$$

∴ ν அதிர்வெண்ணை உடைய எல்லா சீரிசை அலையியற்றிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$= N = N_0 + N_1 + N_2 + N_3 \dots$$

$$= N_0 \left(1 + e^{-\epsilon/kT} + e^{-2\epsilon/kT} + e^{-3\epsilon/kT} \dots\right)$$

$$= \frac{N_0}{1 - e^{-\epsilon/kT}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (2)$$

N_1 சீரிசை அலையியற்றிகளின் ஆற்றல்

$$= N_1 \epsilon = N_0 \epsilon e^{-\epsilon/kT}$$

$$N_2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad = N_2 2\epsilon = 2N_0 \epsilon e^{-2\epsilon/kT}$$

$$N_3 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad = N_3 3\epsilon = 3N_0 \epsilon e^{-3\epsilon/kT}$$

எனவே ν அதிர்வெண்ணை உடைய எல்லா சீரிசை அலையியற்றிகளின் மொத்த ஆற்றல்

$$= N_0 \epsilon e^{-\epsilon/kT} \left(1 + 2e^{-\epsilon/kT} + 3e^{-2\epsilon/kT} \dots \dots\right)$$

$$= N_0 \epsilon e^{-\epsilon/kT} \left(\frac{1}{1 + e^{-\epsilon/kT}}\left(1 + e^{-\epsilon/kT} + e^{-2\epsilon/kT} + \dots\right)\right)$$

$$= N_0 \epsilon e^{-\epsilon/kT} \left(\frac{1}{1 - e^{-\epsilon/kT}}\right)^2$$

$$= \frac{N_0 \in}{e^{-\in/kT}\left(1-e^{-\in/kT}\right)^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (3)$$

மாத்த ஆற்றலைச் சீரிசை அலையியற்றிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையால் வகுக்கும் பொழுது நமக்கு γ அதிர்வெண்ணை உடைய ஒரு சீரிசை அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல் கிடைக்கும். இந்த மதிப்பை $\bar{\in}$ என்பதால் குறிப்போமானால்,

$$\bar{\in} = \frac{N_0 \in}{e^{\in/kT}\left(1-e^{-\in/kT}\right)^2} \times \frac{\left(1-e^{-\in/kT}\right)}{N_0}$$

$$= \frac{\in}{\left(e^{\in/kT}-1\right)\left(1-e^{-\in/kT}\right)}$$

$$= \frac{\in}{e^{\in/kT}-1}$$

ப்ளான்க் கொள்கைப்படி

$$\in = h\gamma = \frac{hC}{\lambda} \text{ என்பதால்,}$$

$$\bar{\in} = \frac{hC/\lambda}{e^{hC/k\lambda T}-1} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

ராலே–ஜீன்ஸ் வாய்பாட்டைத் தருவிக்கும்பொழுது காட்டியபடி ஓரலகுப் பரும அளவில் γ முதல் $(\gamma + \partial\gamma)$ வரை அதிர்வெண் கொண்ட கதிர்களின் மொத்த அதிர்வு வகைகள் $= \frac{8\pi\, \gamma^2\, d\gamma}{C^3}$

அதாவது λ முதல் $(\lambda + d\lambda)$ வரை அலைநீளமுள்ள கதிர்களின் மொத்த அதிர்வு வகைகள் $= \frac{8\pi}{C^3} \cdot \frac{C^2}{\lambda^2} \cdot \frac{Cd\lambda}{\lambda^2}$

$$= 8\pi\lambda^{-4}\, d\lambda \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

எனவே ψ_λ என்பது λ அலைநீளத்தைப் பொறுத்த ஆற்றல் செறிவு எனில்,

$$\psi_\lambda d\lambda = (8\pi\lambda^{-4}\, d\lambda)\, \frac{hC/\lambda}{\left(e^{hC/k\lambda T} - 1\right)}$$

$$= \frac{8\pi\, hC\lambda^{-5}\, d\lambda}{\left(e^{hC/k\lambda T} - 1\right)}$$

இதுவே ப்ளான்க் பரப்பீட்டு வாய்பாடு ஆகும்.

λ-ன் மதிப்பு சிறியதாக இருக்கும்பொழுது $e^{hC/k\lambda T}$-ன் மதிப்பு அதிகமாக இருக்கும். எனவே, இதன் அருகில் 1 ஐப் புறக்கணிக்க லாம். இதன் காரணமாக (6)-வது சமன்பாட்டால் கொடுக்கப் பட்ட ப்ளான்க் வாய்பாட்டைக் கீழ்க்கண்டவாறு எழுதலாம் :

$$\psi_\lambda d\lambda = \frac{8\pi hC\lambda^{-5} d\lambda}{e^{hC/k\lambda T}}$$

$$= 8\pi hC\lambda^{-5} e^{-hC/k\lambda T} d\lambda$$

$$= C_1\, \lambda^{-5} e^{-C_2/\lambda T} d\lambda$$

இது வியன் சமன்பாடு ஆகும். இந்த சமன்பாடு குறைந்த அலை நீளக் கதிர்களுக்கு நன்கு பொருந்துகிறது.

இப்பொழுது λ-ன் மதிப்பு அதிகம் எனக் கொள்வோம். இந்த நிலையில் $\frac{hC}{K\lambda T}$-ன் மதிப்பு சுழியாக முனைகிறது.

$$\text{எனவே } e^{hC/k\lambda T} = 1 + \frac{hC}{K\lambda T}$$

இதனை (6)-வது சமன்பாடான ப்ளான்க் வாய்பாட்டில் பதிலீடு செய்வோமானால்,

$$\psi_\lambda d\lambda = \frac{8\pi\, hC\lambda^{-5}\, d\lambda}{\left(1 + \frac{hC}{k\lambda T} - 1\right)}$$

$$= \frac{8\pi hC\lambda^{-5}\, d\lambda}{\left(\frac{hC}{K\lambda T}\right)}$$

$$= 8\pi KT\lambda^{-4}\, d\lambda$$

இது ராலே-ஜீன்ஸ் வாய்பாடு ஆகும். இது அலைநீளம் அதிகமாகவுள்ள கதிர்களுக்கு நன்கு பொருந்துகிறது என்று முன்பே கூறப்பட்டது. எனவே, ப்ளான்க் வாய்பாடு எல்லா அலைநீளக் கதிர்களுக்கும் பொருந்துகிறது என்பது தெளிவாகும்.

15. நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலைகள்

(Temperatures of Stars)

நட்சத்திரங்கள் எல்லாம் மிகத் தொலைவில் இருப்பதால், அவை சிறியவைகளாகத் தோன்றுகின்றன. ஆனால் உண்மையில் அவை சூரியனைப் போன்று பெரியவையாயும், மிகுந்த வெப்ப நிலையில் உள்ளவையாயும் இருக்கின்றன. சூரியனின் வெப்ப நிலையைக் காண்பது போன்று சில நட்சத்திரங்களின் வெப்ப நிலையைக் காணலாம் என்றாலும், பொதுவாக இம்முறை பயன் படுவதில்லை. ஏனெனில், பல நட்சத்திரங்களின் விட்டங்கள் இன்னும் துல்லியமாகத் தெரியாமல் இருக்கின்றன. மேலும் முழுக் கதிர் வீச்சைப் பொறுத்த ஸ்டீஃபன் விதி சாதாரணமாக நட்சத் திரங்களுக்கும் பொருந்தும் என்பது சரியில்லை. ஏனெனில், சில நட்சத்திரங்கள் வெள்ளை நிற ஒளியைக் கொடுப்பதற்குப் பதிலாக ஒற்றை நிற ஒளியைக் கொடுப்பது போன்று தோன்றுகின்றன. எனவே, நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலையைக் காண்பதற்கு வியனின் இடப்பெயர்ச்சி விதி பயன்படுத்தப்படுகிறது. நட்சத் திரங்களிலிருந்து வரும் ஒளியின் நிற மாலையில் உள்ள ஆற்றல் பரப்பீட்டை அளந்து வியனின் இடப்பெயர்ச்சி விதி மூலம் வெப்ப நிலையைக் கணக்கிடலாம். இவ்வாறு கணக்கிட்டதில் சிவப்பு நிற நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலை சுமார் $2000°K$ என்றும், வெண்ணிற ஊதா நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலை சுமார் $30,000°K$ என்றும் தெரிய வருகிறது. இந்த மதிப்பீடுகள் நட்சத்திரங்களின் வெளிப்பரப்பைப் பொறுத்தவையாகும். அவற்றின் உட்பாகங்களிலுள்ள வெப்பநிலைகள் பல இலட்சம் டிகிரிகள் இருக்கலாமெனக் கருதப்படுகிறது.

16. வெப்ப எண்பற்றி டிபையின் தத்துவம்

(Debye's Theory of Specific heats)

மீட்சியல் பண்புள்ள திடப்பொருளின் ஓரலகுப் பருமனில் அதிர்வுகள் ஏற்படுவதின் தத்துவப்படி γ முதல் $(\gamma + d\gamma)$ வரை அதிர்வெண் உள்ளவாறு அதிரும் வகையின் எண்ணிக்கை

$$= 4\pi \left[\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right] \gamma^2 \, d\gamma \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (1)$$

இங்கு C_l = நெட்டதிர்வின் (longitudinal vibration) திசை வேகம்.

C_t = குறுக்கதிர்வின் (transverse vibration) திசைவேகம்.

டிபை என்பவர் அதிர்வெண்ணுக்கு ஒரு பெரும வரம்பு இருக்குமெனக் கருதினார். அவர் கருத்துப்படி அதிர்வெண் 0 முதல் γ_m என்னும் ஒரு பெரும வரம்பு வரை மாறக்கூடியது எனக் கொள்வோமானால், V பருமனைக்கொண்ட ஓரணு நிறைப் பொருளில் ஏற்படும் அதிர்வு வகைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை

$$= 4\pi V \left[\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right] \int_0^{\gamma_m} \gamma^2 \, d\gamma$$

$$= 4\pi V \left[\frac{1}{C_l^3} + \frac{2}{C_t^3} \right] \frac{\gamma_m^3}{3} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2)$$

பொருள் ஓரணு வகை (monoatomic) மூலக் கூறுகளைக் கொண்டது எனில், V பருமனில் உள்ள அணுக்களின் எண்ணிக்கை

$$= N_0 = \text{அவகாட்ரோ எண்.}$$

ஒவ்வோர் அணுவுக்கும் மூவகை அதிர்வுகள் ஏற்படக்கூடும் என்பதால், V பருமனிலுள்ள அதிர்வு வகைகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $= 3\ N_0$ ... ... (3)

எனவே (2) (3)-லிருந்து

$$4\pi V\left[\frac{1}{C_l^3}+\frac{2}{C_t^3}\right]\frac{\gamma^3{}_m}{3}=3\ N_0$$

இதிலிருந்து,

$$4\pi V\left[\frac{1}{C_l^3}+\frac{2}{C_t^3}\right]\frac{9N_0}{\gamma^3{}_m} \quad \dots \quad \dots \quad (4)$$

ப்ளான்க் கதிர்வீச்சு விதியைத் தருவிக்கும்பொழுது காட்டியதுபோல் R அதிர்வெண்ணுள்ள ஒரு சீரிசை அலையியற்றியின் சராசரி ஆற்றல்

$$=\bar{\epsilon}=\frac{hR}{\left(e^{h\gamma/kT}-1\right)} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (5)$$

எனவே, பொருளில் உள்ள மொத்த ஆற்றல்

$$=4\pi V\left[\frac{1}{C^3{}_l}+\frac{2}{C^3{}_t}\right]\int_0^{\gamma_m}\gamma^2\,d\gamma\,\frac{h\gamma}{\left(e^{h\gamma/kT}-1\right)}$$

$$=\frac{9N_0h}{\gamma_m{}^3}\int_0^{\gamma_m}\frac{\gamma^3\,d\gamma}{\left(e^{-h\gamma/kT}-1\right)} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6)$$

T ஐப் பொறுத்து இதனைப் பகுப்போமானால், மாறாத பருமநிலையில் அணு வெப்ப எண்ணின் மதிப்பு (Atomic heat) கிடைக்கும். இதனை C_v எனக் குறிப்பிடுவோமானால்,

$$C_v = \frac{9N_0h}{\gamma_m^3}\int_0^{\gamma_m}\frac{\gamma^3\,d\gamma\; e^{h\gamma/kT}}{\left(e^{h\gamma/kT}-1\right)^2}\;\frac{h\gamma}{KT^2}$$

$$= \frac{9N_0h^2}{\gamma_m^3}\int_0^{\gamma_m}\frac{\gamma^4\,e^{h\gamma/kT}\,d\gamma}{kT^2\left(e^{h\gamma/kT}-1\right)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7)$$

$\frac{h\gamma}{KT} = x$ என்க

$\frac{h\gamma_m}{KT} = x_m$ என்க.

$$\therefore \quad d\gamma = \frac{KTdx}{h}$$

இந்த மதிப்புகளைச் சமன்பாடு (7)-ல் பதிலீடு செய்தால்,

$$C_v = \frac{9N_0h^5}{K^3T^3x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{K^4T^4x^4\,e^x\,KTdx}{KT^2\,(e^x-1)^2h^5}$$

$$= \frac{9N_0k}{x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{x^4\,e^x\,dx}{(e^x-1)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8)$$

(8)-ல் உள்ள தொகுதியைச் சினைகள் பிரித்துத் தொகை காணும் முறையில் (integration by parts) கீழ்க்கண்டவாறு சுருக்கலாம்:

$$\int_0^{x_m}\frac{x^4e^xdx}{(e^x-1)^2} = -\int_0^{x_m}x^4\;\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{e^x-1}\right)dx$$

$$= -\left[x^4\left(\frac{1}{e^x-1}\right)\right]_0^{x_m} + \int_0^{x_m}\frac{1}{(e^x-1)}\;\frac{d\,(x^4)}{dx}$$

$$= -\frac{x_m^4}{(e^{x_m}-1)} + 4\int_0^{x_m} \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}$$

இதனையும், $N_0 K = R$ என்பதையும் 8-ல் பதிலீடு செய்தால்,

$$C_v = \frac{9R}{x_m^3}\left[4\int_0^{x_m}\frac{x^3\,dx}{e^x-1} - \frac{x_m^4}{(e^{x_m}-1)}\right]$$

$$= 9R\left[\frac{4}{x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{x^3\,dx}{(e^x-1)} - \frac{x_m}{(e^{x_m}-1)}\right] \quad \ldots (9)$$

இது x_m ஐப் பொறுத்த ஒரு கோவையாகிறது.

ஆனல், $x_m = \dfrac{h\gamma_m}{KT}$.

இதில் டிபை வெப்பநிலை என்னும் θ ஆல் $\dfrac{h\gamma_m}{K}$ ஐக் குறிப்பது வழக்கம்.

$\therefore \quad x_m = \dfrac{\theta}{T}$.

(9)-வது சமன்பாட்டால் கொடுக்கப்படும் C_v-ன் மதிப்பு x_m ஐப் பொறுத்து இருப்பதால், ஒரே x_m மதிப்புள்ளபொழுது எல்லாப் பொருட்களின் C_v மதிப்பும் சமமாக இருக்கு மென்பது தெளிவு.

(4)-வது சமன்பாட்டிலிருந்து γ_m-ன் மதிப்பைத் தெரிந்து $\theta = \dfrac{h\gamma_m}{K}$ என்பதைக் கணக்கிட்டுக் கொள்ள முடியும். எனவே, x_m-ன் மதிப்பையும் அறிந்து கொள்ளலாம்.

$x_m = \dfrac{\theta}{T}$-ன் மதிப்பு மிகக் குறைந்தபொழுது அதாவது வெப்பநிலை (T) அதிகமானபொழுது C_v-ன் மதிப்பு ட்யுலாங் - பெட்டிட் விதியால் கொடுக்கப்படும் மதிப்பான 6.4-க்கு அருகில் இருக்கிறது. ஆனல் T குறையும்பொழுது, அதாவது $x_m = \dfrac{\theta}{T}$ அதிகமாகும்பொழுது, C_v-ன் மதிப்பு மிக வேகமாகக் குறைகிறது.

x_m-ன் மதிப்பு ஈறிலி (infinity) யாகும்பொழுது,

$$\int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

இத்துடன் ஒப்பிடும்பொழுது (9)-வது சமன்பாட்டிலுள்ள இரண்டாவது உறுப்பான (Term)

$$\left(\frac{x_m}{e^{x_m} - 1} \right)\text{-ன்}$$

மதிப்புப் புறக்கணிக்கத்தக்கது.

$$\text{எனவே (9)-லிருந்து } C_v = 9R\left(\frac{4}{x_m^3}\right)\frac{\pi^4}{15}$$

$$= \frac{12}{5}\pi^4 R \frac{T^3}{\theta^3}$$

எனவே, குறைந்த வெப்பநிலைகளில் வெப்ப எண் தனி வெப்ப நிலையின் மும்மடிக்கு நேர் விகிதத்திலுள்ளது என்று விளங்கும். இதுவே டிபையின் T^3 விதி எனப்படுகிறது. சோதனைகளிலிருந்து கிடைக்கும் முடிவுகள் டிபையின் தத்துவத்தால் கொடுக்கும் மதிப்புகளுடன் ஓரளவுதான் ஒத்திருக்கின்றன.

17. அளவீடுகளின் C. G. S. – M. K. S. அலகுகள்

அளவு	C. G. S. அலகு	M. K. S. அலகு	அலகுகளிடையே உள்ள தொடர்பு
நீளம்	சென்டி மீட்டர்	மீட்டர்	1 மீ. = 100 செ.மீ.
நிறை	கிராம்	கிலோ கிராம்	1 கி.கி = 1000 கிராம்.
பரப்பு	சதுர செ.மீ	சதுர மீட்டர்	1 ச.மீ. = 10^4 ச.செ மீ.
பருமன்	கன செ.மீ	கன மீட்டர்	1 க.மீ. = 10^6 க.செ.மீ.
அடர்த்தி	கிராம் க.செ.மீ.	கி. கி./க.மீ.	1 கி.கி/க.மீ. = 10^{-3} கி./க.செ.மீ.
திசை வேகம்	செ.மீ/ விநாடி	மீட்டர்/ விநாடி	1 மீ./வி = 100 செ.மீ./வி.
முடுக்கம்	செ.மீ / விநாடி^{2}	மீட்டர்/ விநாடி^{2}	1 மீ.(வி)^2 = 100 செ.மீ./(வி)^2.
விசை	டைன்	நியூட்டன்	1 நியூட்டன் = 10^5 டைன்
அழுத்தம்	டைன்/ச. செ.மீ.	நியூட்டன் / ச. மீட்டர்	1 நி./ச.மீ. = 10 டைன்/ச.செ.மீ.
வேலை, ஆற்றல்	எர்க்	ஜூல் (அல்லது நியூட்டன் மீட்டர்)	1 ஜூல் = 10^7 எர்க்.
வெப்பம்	கேலரி	கிலோ கேலரி	1 கி.கேலரி = 1000 கேலரி.
திறன்	எர்க்/ விநாடி	வாட்	1 வாட் = 10^7 எர்க்/விநாடி.

18. கேள்விகள்

1. குண்டு கேலரி மீட்டர் முறையில் ஒரு வாயுவின் பருமமாரு வெப்ப எண்ணை எவ்வாறு காணலாம் என்று விளக்கிக் கூறுக.

2. இயக்கக் கொள்கையில் வாயுக்களின் பாகு நிலைக்கான விளக்கத்தைத் தருக.

அலையும் தட்டு முறையில் வாயுக்களின் பாகியல் எண்ணைக் காணும் சோதனையை விவரி.

3. இரண்டாம் இயக்கவியல் விதியைக் கூறி மேக்ஸ்வெல்லின் வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகளைத் தருவி.

4. மேக்ஸ்வெல்லின் வெப்ப இயக்கச் சமன்பாடுகளிலிருந்து கீழ்க் கண்டவற்றைப் பெறுக :

   (i) க்ளாஸியஸ் க்ளாபெய்ரான் சமன்பாடு
   (ii) ஜூல்-தாம்ஸன் விளைவு
   (iii) ஸ்டீஃபன் போல்ட்ஸ்மான் விதி.

5. கதிர்வீச்சைப் பற்றிய ப்ளான்கின் விதியைத் தருவி. இதிலிருந்து ராலே-ஜீன்ஸ் விதியையும், வியன் விதியையும் எவ்வாறு அடையலாம் என்று காட்டுக.

6. கீழ் வெப்பநிலைகளில் திடப் பொருட்களின் வெப்ப எண்களைப் பற்றிய டிபையின் தத்துவத்தை விவரி. சோதனையிலிருந்து கிடைக்கும் முடிவுகளுடன் இந்தத் தத்துவம் எவ்வளவு தூரம் ஒத்திருக்கின்றது என்று கூறுக.

7. சிறு குறிப்புகள் வரைக :

   (அ) நட்சத்திரங்களின் வெப்பநிலைகள்.
   (ஆ) காற்றை நன்னிலைப்படுத்தல்.
   (இ) வெப்ப இயக்கவியல் மூன்றும் விதி.
   (ஈ) குழாய் வடிவத்திலுள்ள கண்ணாடியின் வெப்பக்கடத்து திறன்.
   (உ) கோளகக் கூடுகள்.
   (ஊ) கதிர்வீச்சின் அழுத்தம்.